

Matemática acessível

Ferramentas computacionais para o ensino de matemática para alunos com deficiência visual

José Antonio dos Santos Borges

Angélica Fonseca da Silva Dias

ORGANIZADORES

Volume I

encontrografia

Matemática acessível

Ferramentas computacionais para o ensino de matemática para alunos com deficiência visual

José Antonio dos Santos Borges

Angélica Fonseca da Silva Dias

ORGANIZADORES

Volume I

encontrografia

Copyright © 2026 Encontrografia Editora.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução parcial ou total desta obra sem a expressa autorização da editora.

EDITOR CIENTÍFICO

Décio Nascimento Guimarães

REVISÃO (AD HOC)

Ana Lucia da Costa Rodrigues (Revisora do texto)

Marcia de Oliveira Cardoso (Revisora técnica)

EDITORA ADJUNTA

Carolina Gonçalves Caldas

EQUIPE TÉCNICA (AD HOC)

Julio T. C. da Silveira (Consultor em Educação a Distância e Tecnologia)

Luigi Amorim (Autor: tema AsciiMath)

Oswaldo Vernet (Consultor em Tecnologia e matemática)

Patrick Silva Barbosa (Revisor em Acessibilidade)

Thiago Duarte (autor: tema Braille)

DESIGN

Diagramação: Carolina Caldas

Design de capa: Nadini Mádhava

REVISÃO

Alexi Ravi Virgínia (Estagiário)

Paula Vigneron (Supervisora)

CONSULTORIA E AVALIAÇÃO EM AUDIODESCRIÇÃO

Décio Nascimento Guimarães

PROJETO DE ACESSIBILIZAÇÃO GRÁFICA

Décio Nascimento Guimarães

Carolina Gonçalves Caldas

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Bibliotecária Juliana Farias Motta CRB7/5880

M425

Matemática acessível: ferramentas computacionais para o ensino de matemática para alunos com deficiência visual (Volume I) [recurso eletrônico] / Organizadores José Antonio dos Santos Borges, Angélica Fonseca da Silva Dias. -- Campos dos Goytacazes (RJ): Encontrografia, 2026.

4.271 kb

ISBN: 978-65-5456-205-8

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Aprendizagem. I. Dias, Angélica Fonseca da Silva. II. Título: ferramentas computacionais para o ensino de matemática para alunos com deficiência visual (Volume I)

CDD 510.7

DOI: 10.52695/978-65-5456-205-8

encontrografia

ENCONTROGRAFIA EDITORA COMUNICAÇÃO E ACESSIBILIDADE LTDA

Av. Alberto Torres, 371 - Sala 1101, Centro

Campos dos Goytacazes, RJ, 28035-581 | Tel: (22) 2030-7746

www.encontrografia.com | editora@encontrografia.com

Comitê científico/editorial

Prof. Dr. Antonio Hernández Fernández – UNIVERSIDAD DE JAÉN (ESPANHA)

Prof. Dr. Carlos Henrique Medeiros de Souza – UENF (BRASIL)

Prof. Dr. Casimiro M. Marques Balsa – UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA (PORTUGAL)

Prof. Dr. Cássius Guimarães Chai – MPMA (BRASIL)

Prof. Dr. Daniel González – UNIVERSIDAD DE GRANADA (ESPANHA)

Prof. Dr. Décio Nascimento Guimarães – IFF (BRASIL)

Prof. Dr. Douglas Christian Ferrari de Melo – UFES (BRASIL)

Prof. Dr. Eduardo Shimoda – UCAM (BRASIL)

Prof.^a Dr.^a Emilene Coco dos Santos – IFES (BRASIL)

Prof.^a Dr.^a Fabiana Alvarenga Rangel – UFES (BRASIL)

Prof. Dr. Fabrício Moraes de Almeida – UNIR (BRASIL)

Prof.^a Dr.^a Fernanda Luísa de Miranda Cardoso – IFRS (BRASIL)

Prof. Dr. Francisco Antonio Pereira Fialho – UFSC (BRASIL)

Prof. Dr. Francisco Elias Simão Merçon – FAFIA (BRASIL)

Prof.^a Dr.^a Gisele Pessin - UENF (BRASIL)

Prof. Dr. Iêdo de Oliveira Paes – UFRPE (BRASIL)

Prof. Dr. Javier Vergara Núñez – UNIVERSIDAD DE PLAYA ANCHA (CHILE)

Prof. Dr. José Antonio Torres González – UNIVERSIDAD DE JAÉN (ESPANHA)

Prof.^a Dr.^a Margareth Vetis Zaganelli – UFES (BRASIL)

Prof.^a Dr.^a Martha Vergara Fregoso – UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA (MÉXICO)

Prof.^a Dr.^a Patrícia Teles Alvaro – IFRJ (BRASIL)

Prof.^a Dr.^a Rita de Cássia Barbosa Paiva Magalhães – UFRN (BRASIL)

Prof. Dr. Rogério Drago – UFES (BRASIL)

Prof.^a Dr.^a Shirlena Campos de Souza Amaral – UENF (BRASIL)

Prof. Dr. Wilson Madeira Filho – UFF (BRASIL)

Este livro passou por avaliação e aprovação às cegas de dois ou mais pareceristas *ad hoc*.

Notas sobre acessibilidade digital

Este livro foi concebido para ser totalmente acessível a pessoas com deficiência visual. Todos os textos foram preparados para serem lidos através da versão digital deste texto usando um leitor de telas genérico junto com um exibidor de PDF, ou através do sistema Dosvox, a partir de uma conversão automática para o formato texto.

No tocante às figuras, uma descrição razoavelmente detalhada foi fornecida para cada uma delas. As descrições são também disponibilizadas num arquivo digital à parte, em formato de texto, que pode ser lido sequencialmente junto com os dois volumes que compõem este texto, ou fazendo uma busca simples a partir do número da figura.

Uma versão atualizada do arquivo de descrição das figuras dos dois volumes deste livro pode ser encontrada no *site*:

https://intervox.nce.ufrj.br/~antonio2/matematica_acessivel

Sumário

Prefácio	11
Capítulo 1	
Introdução	13
Capítulo 2	
O aprendizado da matemática por deficientes visuais	22
Capítulo 3	
Ábaco e soroban	35
Capítulo 4	
Dispositivos fundamentais para apoio ao ensino da Matemática	44
Capítulo 5	
Uso do computador como ferramenta para ensino de Matemática para alunos com deficiência visual	58
Capítulo 6	
A difícil produção de escrita matemática com qualidade no computador	71
Capítulo 7	
Escrita Matemática básica usando AsciiMath e SonoraMat.	83
Capítulo 8	
Resolvendo um problema de Matemática no Dosvox – uma abordagem prática	97

Capítulo 9	
Ensinando o estudante a resolver problemas de Matemática .	109
Capítulo 10	
Ampliando a escrita matemática básica usando AsciiMath. . .	117
Capítulo 11	
Editando textos matemáticos com InterMat.	124
Capítulo 12	
Uso básico de planilhas por pessoas com deficiência visual . .	143
Capítulo 13	
Breve introdução ao braille.	152
Apêndice 1	
Matemáticos cegos famosos	182
Apêndice 2	
Escrita matemática avançada usando o AsciiMath para o nível médio e superior	187

Prefácio

Por mais de cem anos, a única alternativa para o ensino de Matemática a alunos com deficiência visual foi o Braille criado por Louis Braille no século XIX. No entanto, mesmo essa possibilidade alcançava poucos estudantes, pois apenas escolas especializadas — dedicadas exclusivamente ao ensino fundamental — dispunham de professores habilitados a usar com proficiência a escrita matemática em Braille. O resultado foi uma precariedade histórica no ensino de Matemática para essas pessoas.

Essa realidade começou a se transformar com a Lei Brasileira de Inclusão e o uso intensivo da tecnologia computacional. Em poucos anos, milhares de pessoas cegas chegaram às universidades. Mas a minoria que ingressou em cursos de exatas e tecnológicas enfrentou dois problemas cruciais: primeiro, escrever matemática no computador com ferramentas simples, usando uma escrita linear (semelhante à que programadores usam em editores de texto de linha de comando); segundo, ler textos matemáticos — próprios ou de outros — traduzindo-os em uma fala clara e representativa.

Infelizmente, as técnicas que resolvem esses problemas ainda são conhecidas por um número ínfimo de professores. Foi para enfrentar essa lacuna que nasceu o curso de extensão universitária que deu origem a este livro, que agora se apresenta como companheiro do nosso curso “Aplicação de ferramentas computacionais para apoio ao Ensino de Matemática para alunos com Deficiência Visual”. Desenvolvido dentro de uma iniciativa do Ministério da Educação, na modalidade a distância, com 180 horas e seis meses de duração, o curso alcançou milhares de alunos em suas duas reaplicações.

Agora, neste livro, reunimos o que aprendemos em muitos anos de criação de Tecnologia Assistiva para pessoas com deficiência visual. Nosso trabalho foi sintonizado com um problema muito claro: como formar professores habilitados a ensinar matemática para cegos e pessoas com baixa visão, de forma inclusiva e com o uso intensivo de ferramentas computacionais.

Apresentamos aos educadores critérios de atuação coerentes com as políticas correntes de educação inclusiva; desenvolvemos o pensamento crítico sobre o uso de tecnologia assistiva para acesso à Matemática; ensinamos o domínio da escrita e leitura de matemática por meio de ferramentas como o DOSVOX e de leitores de tela, dando preferência à metodologia de escrita simplificada chamada AsciiMath; mostramos a leitura interativa de textos matemáticos através do SonoraMat, um sistema de tradução de textos para o português falado; apresentamos o Braille em sua padronização para escrita matemática adotada no Brasil; e exploramos gráficos táteis, desde métodos simples de produção até técnicas mais sofisticadas como a impressão 3D.

O público-alvo são professores da educação básica e do ensino médio que desejam implementar práticas inclusivas. Ao final, espera-se que estejam preparados para produzir materiais acessíveis com qualidade pedagógica e promover a interação entre alunos com e sem deficiência visual em um ambiente colaborativo.

A precariedade centenária não será resolvida apenas com boas intenções, mas com ferramentas, métodos e, acima de tudo, com professores dispostos a aprender e ensinar de novo. Este livro é um convite para essa caminhada.

Com esperança num mundo mais acessível para todos,

Os autores

Capítulo 1

Introdução

Para que aprender Matemática nos dias de hoje?

A Matemática assume um papel fundamental para o pleno acesso das pessoas à cidadania. Em uma sociedade cada vez mais baseada no desenvolvimento tecnológico, os conhecimentos matemáticos tornam-se imprescindíveis para muitas ações humanas, desde as atividades mais simples, tais como:

- lidar com compras, vendas e pagamentos,
- medir o tamanho e a capacidade de algum objeto ou lugar,
- descobrir quantos salgadinhos comprar para fazer um aniversário com 20 crianças e 10 adultos,
- dividir uma pizza em 12 pedaços iguais (desafio: dividir uma pizza em 5 pedaços iguais)

Até as mais complexas, como:

- compreender dados em gráficos,
- realizar estimativas e cálculo de investimentos financeiros,
- tarefas ligadas ao nosso contexto socioeconômico,
- e assim por diante...

Entre os problemas que resolvemos no nosso dia a dia, diversos envolvem alguma atividade de cunho matemático. Nem sempre resolver estes problemas é simples: muitas vezes temos que nos valer de estratégias e

conceitos, definições e procedimentos matemáticos, para que possamos interpretar e resolver estes problemas, construindo modelos e analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir uma argumentação consistente – e tomando decisões as mais adequadas possíveis.

Para isso é preciso dominar a arte de raciocinar, intuir a partir de situações já conhecidas, generalizar, organizar e representar os dados de que dispomos. Quase sempre precisamos construir uma argumentação consistente, construindo logicamente um raciocínio em apoio a alguma tese não evidente por si só. E quando esta argumentação é baseada numa lógica matemática, fica mais fácil.

Entretanto, muitas destas atividades exigem que utilizemos estratégias e conceitos que eventualmente não dominamos. Falta-nos o domínio ou a prática de certos procedimentos matemáticos, para que possamos interpretar e resolver problemas em diversos contextos, construindo modelos e analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, para que possamos fazer boas escolhas.

Então, para que serve a matemática, em nossas vidas?

- **Resolver problemas**, criando ou reproduzindo estratégias próprias para sua resolução, com imaginação e criatividade.
- A partir de situações concretas, **raciocinar, fazer abstrações, generalizar, organizar**.
- **Comunicar-se** com precisão e de forma convincente, usando argumentos lógicos e matemáticos.
- **Definir o melhor caminho a seguir** com base em um raciocínio muito bem elaborado.

A matemática não é privilégio de nenhuma disciplina: tudo pode ser objeto de uma avaliação matemática, e assim, é uma das melhores formas para estabelecer conexões entre as diversas áreas do saber.

Medo de Matemática

Não é verdade que todo mundo tem medo de matemática. Algumas pessoas gostam, até mesmo adoram matemática. No entanto, outras têm medo de matemática. Mas pode ser ainda pior: muitos odeiam matemática.

Existem várias razões para isso, incluindo:

- **Experiências negativas na escola:** Muitas pessoas tiveram experiências negativas com matemática na escola. Elas podem ter sido comparadas a outros alunos, recebido notas ruins ou se sentido desmotivadas por seus professores.
- É muito comum a **falta de habilidade didática ou a falta de empatia de certo professor.**
- **Medo do fracasso:** Algumas pessoas têm medo de falhar em matemática. Elas podem se preocupar com o que as outras pessoas vão pensar se elas não forem bem em matemática. Esse medo pode levá-las a evitar a matemática, o que pode piorar o medo.
- **Dificuldade em entender conceitos matemáticos:** Algumas pessoas simplesmente têm mais dificuldade para entender conceitos matemáticos do que outras.
- **Ansiedade ou falta de paciência:** Muitas atividades da matemática precisam ser aprendidas devagar, passo a passo. Pessoas com TDAH podem se sentir frustradas e ansiosas quando se trata de matemática, o que pode levar ao medo.
- Dificuldade na leitura devido a problemas físicos: por exemplo, **disslexia.**

Essas situações podem levar a uma crença subconsciente de que elas não são boas em matemática, o que pode levar ao medo da matemática. Mas se você tem medo de matemática, é importante lembrar que você não está sozinho. Também é importante lembrar que o medo da matemática é algo que pode ser superado. Com esforço e dedicação, você pode aprender a gostar de matemática e até mesmo se tornar bom nela.

Aqui estão algumas dicas para superar o medo da matemática:

- Encontre um professor ou mentor que possa ajudá-lo a entender os conceitos matemáticos.
- Pratique matemática regularmente.
- Não tenha medo de pedir ajuda quando necessário.
- Concentre-se em seus sucessos, não em seus fracassos.
- Lembre-se de que você não precisa ser perfeito em matemática para ser bem-sucedido.

Com tempo e esforço, você pode superar seu medo da matemática e descobrir que ela pode ser uma disciplina divertida e gratificante

Como ser um bom professor de Matemática?

Todo professor de matemática tem a oportunidade de impactar positivamente a vida de seus alunos, ajudando-os a crescer em sua compreensão sobre o mundo. Ser um bom professor de matemática é um desafio, mas também é uma tarefa muito gratificante quando realizada com dedicação e amor.

Os desafios de ser um bom professor de matemática incluem:

a) Não ter medo de ensinar assuntos complexos:

A matemática contém assuntos complexos que exigem um alto nível de compreensão e raciocínio. Os professores de matemática precisam ter uma sólida compreensão dos conceitos matemáticos que estão ensinando e ser capazes de comunicá-los de forma clara e concisa.

b) Ensinar alunos com diferentes níveis de habilidade:

Os alunos de matemática têm uma ampla gama de habilidades e conhecimentos. Os professores de matemática precisam ser capazes de adaptar suas aulas para atender às necessidades de todos os alunos. Para conseguir isso, o professor também precisa conhecer as habilidades e dificuldades (inclusive sociais) de cada aluno.

c) Manter os alunos motivados:

A matemática pode ser uma disciplina desafiadora, e é importante que os professores encontrem maneiras de manter os alunos motivados e engajados.

Cinco dicas para ser apreciado como um bom professor de Matemática

- a) **Ser apaixonado por matemática:** o entusiasmo do professor é algo contagiante, e os alunos são mais propensos a se envolver quando o professor parecer entusiasmado com aquilo que ensina.
- b) **Conhecer seus alunos,** e entender as necessidades e pontos fortes deles. Isso ajudará a garantir que as aulas façam sentido para eles, mesmo que desafiadoras.
- c) **Usar uma variedade de estratégias de ensino:** Não existe uma única maneira certa de ensinar matemática. Os professores precisam ser flexíveis e escolher dentre uma variedade de estratégias aquela que pareça se adequar melhor às características de seus alunos.
- d) **Ter compromisso com a excelência** e buscar sempre ensinar os conteúdos da melhor maneira possível para seus alunos, respeitando limitações, mas buscando diminuí-las com sua ação.
- e) **Os alunos devem sentir que são bem-vindos** e apoiados na sala de aula, que deve ser um ambiente de aprendizagem inclusivo, criado para que todos os alunos se sintam confortáveis em fazer perguntas, esclarecer dúvidas e não ter medo de cometer erros durante o aprendizado.

Ensino de Matemática com equidade

Figura 1.1 – igualdade x equidade



Fonte: Gerado por Gemini.

Descrição da figura 1.1: Três pessoas assistindo a um jogo atrás de uma cerca alta, comparando “igualdade” e “equidade”. No lado esquerdo, está escrita a palavra “IGUALDADE”. Há um adulto com camisa azul-claro e calça jeans, uma criança maior com cabelo comprido e blusa rosa, e uma criança menor com cabelo curto e blusa verde. Todas estão atrás de uma cerca de madeira alta, tentando ver um jogo em um estádio ao fundo. Cada pessoa está em cima de uma caixa da mesma altura. O adulto consegue ver bem por cima da cerca, a criança maior alcança a altura da cerca confortavelmente, e a criança menor continua sem conseguir ver nada, mesmo com a caixa, porque a caixa não é alta o suficiente para que ela dê altura. No lado direito, está escrita a palavra “EQUIDADE”. As mesmas três pessoas aparecem. Agora, a distribuição dos recursos é diferente: o adulto está no chão, sem caixa, e consegue ver o jogo normalmente; a criança maior está em pé sobre uma caixa e vê o jogo confortavelmente; a criança menor está sobre duas caixas empilhadas, ficando alta o suficiente para ver o jogo confortavelmente. Ao fundo, o mesmo campo de futebol e as arquibancadas cheias. A ilustração mostra que igualdade dá a mesma coisa para todos, enquanto equidade adapta os recursos às necessidades de cada pessoa para que todas tenham acesso igual ao jogo. Fim da descrição.

Promover a equidade na educação matemática é fundamental para garantir que todos os estudantes tenham igualdade de oportunidades e acesso ao aprendizado.

Aqui estão algumas das principais formas de ensinar matemática com equidade:

1. **Usar um Currículo Inclusivo:** Desenvolva um currículo que inclua uma variedade de experiências matemáticas que sejam culturalmente relevantes e adequadas para todos os alunos. Isso pode incluir exemplos e aplicações da matemática em diferentes contextos culturais e sociais.
2. **Avaliação Justa:** Utilize métodos de avaliação que sejam justos e acessíveis a todos os alunos, considerando diferentes estilos de aprendizado e habilidades. Evite depender exclusivamente de exames padronizados.
3. **Diferenciação:** Adapte o ensino para atender às necessidades individuais dos alunos. Isso pode incluir agrupamento flexível, recursos extras para alunos que precisam de suporte adicional e desafios para os alunos que avançam mais rapidamente.
4. **Uso de Tecnologia:** Integre a tecnologia de forma eficaz para apoiar a aprendizagem personalizada. Isso pode incluir o uso de aplicativos, *software* educacional e plataformas *online* que ofereçam atividades matemáticas adaptáveis.
5. **Ensino Colaborativo:** Promova a colaboração entre os alunos, incentivando-os a trabalhar juntos em projetos matemáticos. Isso ajuda a criar um ambiente de apoio e a desenvolver habilidades interpessoais.
6. **Abordagem Visual e Concreta:** Use não apenas representações visuais, mas também materiais concretos para tornar os conceitos matemáticos mais acessíveis. Isso é especialmente útil para alunos que aprendem melhor através de experiências práticas e para aqueles com deficiências.
7. **Atenção às Barreiras de Acesso:** Identifique e remova barreiras que possam impedir o acesso dos alunos à matemática, como falta de recursos, deficiência, preconceitos ou estereótipos de gênero e falta de apoio acadêmico.
8. **Cultura de Erro Positivo:** Crie um ambiente em que os erros sejam vistos como oportunidades de aprendizado. Isso ajuda a reduzir a ansiedade dos alunos em relação à matemática e promove a perseverança.

- 9. Formação Continuada:** Proporcione a si mesmo oportunidades de desenvolvimento profissional, para aprender novas estratégias pedagógicas inclusivas e atualizar seus conhecimentos matemáticos.
- 10. Envolvimento dos Pais e Responsáveis:** Incentive os pais e responsáveis a apoiarem o aprendizado matemático de seus filhos, criando parcerias entre a escola e a comunidade.
- 11. Promoção da Diversidade:** Valorize e celebre a diversidade de culturas, experiências e perspectivas na sala de aula, destacando a contribuição de matemáticos e cientistas de diferentes origens.
- 12. Apoio Individualizado:** Ofereça suporte adicional a alunos com necessidades especiais, seja por meio de serviços de educação especial, tutoria ou outros recursos de apoio.

É importante que os educadores estejam cientes das necessidades específicas de seus alunos e estejam dispostos a ajustar suas práticas de ensino para garantir que todos tenham a oportunidade de ter sucesso na matemática. Além disso, a equidade na educação matemática requer um compromisso contínuo de todas as partes envolvidas, incluindo professores, administradores, pais e responsáveis, para criar um ambiente de aprendizado inclusivo e justo

Exercícios

1) Qual a afirmativa INCORRETA?

- A) devemos resolver problemas, criando ou reproduzindo estratégias próprias para sua resolução, com imaginação e criatividade
- B) devemos elogiar quem consegue comunicar-se com imprecisão e de forma confusa, usando argumentos baseados em ilógicas e matemáticas inexistentes.
- C) devemos, a partir de situações concretas, raciocinar, fazer abstrações, generalizar, organizar.
- D) devemos comunicar-nos com precisão e de forma convincente, usando argumentos baseados em argumentos lógicos e matemáticos.

E) devemos definir o melhor caminho a seguir com base em um raciocínio muito bem elaborado.

2) Escolha uma das atividades abaixo que NÃO AJUDA no medo da Matemática.

A) Encontrar um professor ou mentor que possa ajudar a entender os conceitos matemáticos.

B) Praticar matemática regularmente

C) Evitar pedir ajuda, pois isso aumenta a frustração.

D) Concentrar-se nos sucessos obtidos, não nos fracassos.

E) Lembrar-se de que não é preciso ser perfeito em matemática para ser bem-sucedido.

3) Escolha uma opção que NÃO influencia no estabelecimento de equidade na sala de aulas

A) Adaptar o ensino para atender às necessidades individuais dos alunos.

B) Usar tecnologia como forma de equalizar as diferenças entre os alunos com deficiência.

C) Promover o ensino colaborativo, incentivando os alunos a trabalharem juntos.

D) Ensinar de forma que os alunos tenham menos chance de cometer erros nos exercícios.

E) Valorizar e celebrar a diversidade de culturas, experiências e perspectivas na sala de aula.

Gabarito: 1 – b; 2 – c; 3 – d;

Capítulo 2

O aprendizado da matemática por deficientes visuais

Dificuldades do ensino de Matemática para deficientes visuais

Ensinar matemática a uma pessoa cega pode apresentar desafios adicionais em comparação com o ensino para pessoas que enxergam, devido à falta de acesso direto à representação visual dos conceitos matemáticos. No entanto, é importante ressaltar que é possível ensinar matemática de forma eficaz a pessoas cegas, desde que sejam usadas abordagens adequadas e recursos específicos.

Temos que começar com os conceitos mais básicos: contar e medir são fundamentais para a compreensão e a aplicação da matemática em uma variedade de contextos. Eles são usados para quantificar objetos, fenômenos e propriedades do mundo ao nosso redor.

1 – Contar

Contar é o processo de determinar o número de objetos em um conjunto finito. É uma habilidade matemática básica que as crianças desenvolvem cedo na vida. Aqui estão alguns pontos importantes sobre contar:

- a. **Contagem Natural:** A contagem natural começa com os números naturais (1, 2, 3, 4, ...) e continua indefinidamente. A contagem ajuda a responder perguntas como "Quantos objetos há?" ou "Quantos alunos estão na sala de aula?"

- b. Operações Básicas: A contagem está relacionada às operações básicas da matemática, como adição e subtração. Por exemplo, contar pode ser usado para adicionar: se você tem 3 maçãs e depois adiciona 2 maçãs, você conta $3 + 2 = 5$ maçãs.
- c. Cardinalidade: A cardinalidade é o conceito de que o último número contado em uma contagem representa a quantidade total de objetos no conjunto. Por exemplo, contar até 5 significa que há cinco objetos no conjunto.

2 - Medir

Medir é o processo de atribuir números a objetos, eventos ou propriedades para descrever quantitativamente suas dimensões, tamanho, extensão ou valor. Aqui estão alguns aspectos importantes:

- a. Unidades de Medida: A medição envolve o uso de unidades de medida específicas, como metros, quilogramas, litros, segundos, graus Celsius, entre outras. As unidades de medida fornecem um padrão para expressar quantidades de forma consistente.
- b. Precisão e Exatidão: A medição deve ser precisa e exata. A precisão se refere à semelhança dos resultados em medições repetidas. A exatidão se refere à proximidade do valor medido a um valor padrão conhecido.
- c. Instrumentos de Medição: Diversos instrumentos são usados para medir diferentes propriedades. Por exemplo, uma régua mede comprimentos, uma balança mede massas e um termômetro mede temperaturas.
- d. Escalas de Medição: As medidas podem ser feitas em diferentes escalas, como escalas nominais (classificação sem ordem), escalas ordinais (classificação com ordem), escalas intervalares (com diferenças iguais entre valores, mas sem um ponto zero absoluto) e escalas de razão (com diferenças iguais e um ponto zero absoluto).

Tanto a contagem quanto a medição são essenciais em várias áreas da matemática e das ciências. Elas também têm aplicações práticas em

campos como engenharia, física, economia, estatística e muito mais. A capacidade de contar e medir com precisão é fundamental para resolver problemas do dia a dia e compreender o mundo que nos rodeia.

Registros da medição e o ensino da linguagem matemática

É preciso usar formas relativamente duradouras de guardar as informações sobre as medidas, para que possam ser recuperadas e processadas posteriormente.

- **Símbolos matemáticos:** A notação matemática inclui uma variedade de símbolos, como números, operadores matemáticos e letras para variáveis. Ensinar a interpretação e manipulação desses símbolos é fundamental, e isso pode ser feito por meio de Braille matemático e tecnologia de voz.
- **Representações visuais:** Muitos conceitos matemáticos são inicialmente apresentados por meio de representações visuais, como gráficos, diagramas e desenhos. Pessoas cegas não podem acessar essas representações diretamente, o que requer a adaptação desses conceitos para formatos táteis ou auditivos.

Podemos dizer que o maior desafio para a questão educacional é ter acesso e navegar com tranquilidade sobre os registros da medição.

Estratégias para que a pessoa cega tenha acesso à informação matemática

- a. Acessibilidade de materiais:** É importante disponibilizar materiais de ensino acessíveis, como livros em Braille, *softwares* de matemática acessível e recursos auditivos, para que os alunos cegos possam aprender de maneira eficaz.
- b. Abordagens táteis e auditivas:** Professores e educadores podem usar modelos táteis para ensinar geometria, ou métodos auditivos, como leitura em voz alta e discussões, para explicar conceitos matemáticos.

- c. **Apoio humano individualizado:** Alunos cegos podem se beneficiar de apoio individualizado, como professores de apoio à visão ou tutores especializados em matemática acessível.
- d. **Tecnologia assistiva:** A tecnologia desempenha um papel fundamental no ensino de matemática para pessoas cegas. *Softwares* falantes para leitura de tela, calculadoras sonoras e dispositivos táteis são exemplos de recursos que podem ser usados para facilitar o aprendizado.

Paciência e adaptação

Parece estranho mencionar a paciência do professor como chave para alcançar o sucesso. Na verdade, essa necessidade se estabelece na medida em que o tempo gasto pelo aluno com deficiência para aprender é geralmente maior do que com alunos sem deficiência. É importante que os educadores tenham perseverança e estejam dispostos a adaptar suas abordagens de ensino de acordo com as necessidades individuais dos alunos cegos. A abordagem também tem que ser distinta: cada indivíduo terá características muito diferentes, que são factíveis ou não para o aprendizado.

Em resumo, ensinar matemática a pessoas cegas requer criatividade, recursos específicos e acima de tudo, um compromisso com a acessibilidade. Com as abordagens adequadas e os recursos apropriados, é possível proporcionar uma educação matemática eficaz a alunos cegos e permitir que eles desenvolvam suas habilidades matemáticas com sucesso.

Tudo começa contando e medindo

“Eu conto os grãos de areia na praia, traço linhas através das constelações, pondero sobre o volume dos oceanos, calculo a curvatura do espaço-tempo e decifro os segredos da natureza – tudo isso sem buscar reconhecimento ou recompensa, mas sim pelo amor ao conhecimento e à descoberta!”.
(Citação criada pela inteligência artificial do Chat-

GPT, parafraseando uma célebre citação de Malba Tahan no livro *O homem que calculava!*).

A necessidade de contar e medir acompanha o ser humano desde tempos imemoriais. Estas ações são usadas o tempo todo para quantificar objetos, fenômenos e propriedades do mundo ao nosso redor. Tanto a contagem quanto a medição são essenciais para resolver problemas do dia a dia e compreender o mundo que nos rodeia. Contar e medir também podem ser levados a limites muito complexos quando pensamos em campos como engenharia, física, economia, estatística e muito mais.

As primeiras representações numéricas apareceram em razão da necessidade de se fazer a contagem dos animais, por exemplo. Os pastores soltavam seu rebanho pela manhã e contavam esses animais colocando pedrinhas num saco ou fazendo marcas sobre uma parede. Algumas cavernas pré-históricas registram contagens, provavelmente de animais, na forma de riscos colocados um ao lado do outro, e agrupados por traços diagonais, para melhorar a leitura.

Quando crianças, aprendemos a contar nos dedos das duas mãos, de um até dez, e isso nos parece ser a coisa mais natural do mundo. Mas não é tanto assim: formas muito diversas de contar e representar números foram inventadas e efetivamente utilizadas por muitos povos.

Alguns povos da antiguidade, em particular os Babilônios, contavam usando outra tática, provavelmente mais eficiente do que a nossa, com apenas uma das mãos: eles usavam o polegar para indicar em cada dedo a falange, falanginha e falangeta, e assim, cada dedo podia contar 3 números, possibilitando a contagem de 12 números em cada mão (3×4), tirando o polegar obviamente, que era usado para apontar, como visto na figura a seguir.

Figura 2.1 – Sistema de Contagem Sumério ou Babilônico



Fonte: Gerado por Gemini.

Descrição da figura 2.1: Um close-up desenhado a lápis de cor do busto de um homem de meia-idade olhando para a frente com a mão direita para cima, com a palma voltada para a frente, à direita. O homem de pele rosada com textura, cabelos brancos e cacheados e olhos castanhos usa uma camisa de colarinho azul listrada. A mão levantada tem as pontas dos três dedos do meio próximas umas das outras, ligeiramente à frente do dedo mínimo. O polegar ligeiramente levantado e para a direita toca as laterais da articulação média do dedo indicador. Os nós dos dedos e as pontas dos dedos indicador e médio são as partes mais próximas do topo. Fim da descrição.

Tanto naqueles povos antigos quanto no mundo de hoje, a contagem de pequenas quantidades poderia facilmente ser feita com uma ou duas mãos. Porém, quando essa quantidade aumenta, é necessário usar alguma outra tática mais sofisticada. Por exemplo, na contagem babilônica, cada dedo da outra mão representava um número múltiplo de 12: 12, 24, 36, 48 e 60 a ser somado à outra mão, possibilitando contar até 60 (12×5).

Deve-se observar que o uso da contagem até 60 é muito interessante, pois esse número possui os divisores 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 e 60, trazendo simplicidade para as operações aritméticas envolvendo divisão, quando realizadas mentalmente.

Existem infinitas possibilidades para manipular números maiores. Hoje em dia, para levarmos uma quantidade razoável de dinheiro, utilizamos

notas de diferentes valores, de dois, cinco, dez, vinte, cinquenta ou cem reais, ao invés de uma montanha de moedas de um real.

De maneira semelhante, os romanos adotavam um método similar, empregando as letras I, V, X, L, C, D, M, entre outras, para registrar números grandes. A representação de um valor específico em notas de dinheiro não segue uma única convenção, de forma análoga à notação romana. Assim, era possível utilizar "XXXXXX" para representar o número 60, mas, na prática, preferia-se a notação "LX", da mesma forma como costumamos optar por uma nota de 50 e outra de 10, em vez de seis notas de 10.

Na notação romana, a representação explícita do zero não existia, e a necessidade de seu uso surgiu muito tempo depois. Para esclarecer ainda mais, imagine que apenas existam notas de dinheiro de 1, 10 e 100 reais. Para representar o valor 372, poderíamos dizer: 3 notas de 100, 7 notas de 10 e 2 notas de 1. No entanto, ao representar o valor 302, diríamos 3 notas de 100, NENHUMA nota de 10 e 2 notas de 1. Essa informação de NENHUMA nota de 10 é redundante e não é realmente utilizada na prática, assim como os romanos também não a usavam em seus números.

O sistema de representação hindu de números

Uma invenção bastante interessante apareceu com os hindus por volta do século V e consistia no uso, lado a lado de dígitos, representando valores multiplicativos. Imaginemos notas de 1, 10 e 100 reais; podemos então pensar assim, 3 notas de 100 reais, 7 notas de 10 reais e 2 notas de 1 real. Então não usamos o valor das notas e colocamos apenas a quantidade de notas. Usamos a escrita da esquerda para a direita na ordem decrescente dos valores das notas, assim: 3 7 2. A própria forma de falar este número é uma imagem desta representação: trezentos (ou três centos) e setenta (ou sete dezenas) e dois (duas unidades).

Nessa representação, originalmente se deixava um espaço (e não um zero) para indicar que numa casa específica não existia um fator multiplicativo. Ou seja, se escrevia 3_2 para representar o número 302. O símbolo zero foi inventado para facilitar a leitura deste espaço. O zero é um símbolo que, ao ser multiplicado por qualquer outro, produz um resultado nulo.

Zero reais, ou zero dezenas (ou seja, zero vezes 10), ou zero centenas (ou seja, zero vezes cem), tudo produz um valor nulo.

Fatores religiosos foram usados para proibir durante muitos anos o uso do zero. A razão pode parecer estranha, mas do ponto de vista teológico é extremamente válida. Deus é representado religiosamente como sendo o UM, a unidade, o início de tudo; então como poderia existir uma coisa que vem antes do UM? Esta polêmica religiosa prosseguiu durante mais de um século, até que as vantagens inequívocas do uso matemático do zero acabaram por tornar esta discussão menos aceitável.

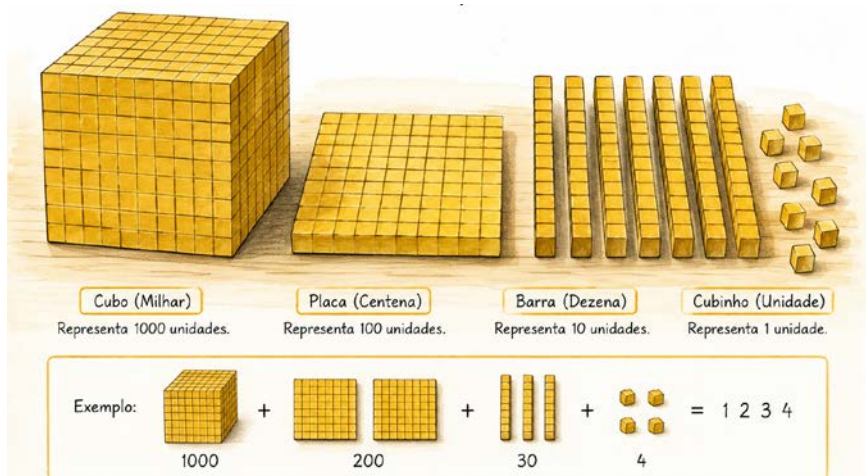
Note que seria possível usar quaisquer valores para notas de dinheiro, mas os registros históricos mostram que essa invenção usava, necessariamente, em operações matemáticas, valores múltiplos para as casas representadas: 1, 10, 100, 1000 etc. Esses valores fundamentais para as casas são denominados em matemática de BASE do sistema de numeração posicional.

Mas porque usamos base 10? Claro, temos 10 dedos. Mas os babilônios usavam a base 10? Já falamos que não, mas na verdade, o sistema deles era bem efetivo!

Então... Faça uma pesquisa sobre como eles faziam para escrever seus números e descubra que ainda hoje existem ecos de sua forma de escrever.

Utilizando o material dourado para dominar o sistema de numeração

Figura 2.2 – Material dourado



Fonte: Gerado por ChatGPT.

Descrição da figura 2.2: Blocos dourados de material base dez organizados por valor. À esquerda, há um grande cubo que representa 1000 unidades; abaixo dele está escrito “Cubo (Milhar). Representa 1000 unidades.” Ao lado direito do cubo, há uma placa quadrada e achatada que representa 100 unidades; embaixo está o texto “Placa (Centena). Representa 100 unidades.” Mais à direita, aparecem várias barras finas e altas; cada barra representa 10 unidades; o rótulo embaixo diz “Barra (Dezena). Representa 10 unidades.” À extrema direita, há pequenos cubinhos soltos que representam 1 unidade; o texto embaixo diz “Cubinho (Unidade). Representa 1 unidade.” Na parte de baixo, há um exemplo de decomposição do número 1234: Um cubo de mil com o número 1000 embaixo. Duas placas de centena com o número 200 embaixo. Três barras de dez com o número 30 embaixo. Quatro cubinhos de unidade com o número 4 embaixo. Depois aparece a soma desses valores, mostrando “= 1 2 3 4”. Fim da descrição.

Uma boa estratégia para o professor de matemática quando trabalha nas turmas, tanto para alunos cegos, quanto para não cegos é utilizar materiais concretos e manipuláveis. O material dourado permite trabalhar com os alunos desde princípios de contagem até as quatro operações.

O que é o material dourado?

O Material Dourado foi um dos materiais idealizados pela médica psiquiatra e educadora italiana Maria Montessori (1870–1952) para facilitar o ensino da matemática através de estímulos táteis e concretos. Este material é parte de uma metodologia de educação sensorial mais geral (muito além da matemática) que faz uso das mãos, dos sentidos e espera uma reação espontânea da criança.

O material dourado constitui-se de placas, barras e cubos de madeira. As placas de madeira possuem o tamanho de 10cm x 10cm x 1cm. As barras têm tamanho de 10cm x 1cm x 1cm e os cubos 1cm x 1cm x 1cm. No entanto, os valores em cm são aproximados, pois podem ocorrer erros na hora da fabricação do material ou ainda produção em outros tamanhos.

Há muitas formas de utilizar o material dourado, onde a criatividade do professor dá a tônica. Entretanto, o uso básico é facilitar aos alunos a associação entre os valores numéricos dos algarismos com suas quantidades.

O material dourado permite trabalhar com os alunos desde princípios de contagem até as quatro operações, ajudando no aprendizado do sistema decimal.

Curiosidade: O material didático inventado por Maria Montessori, na verdade era composto por contas douradas de mesmo tamanho, e contas enfiadas em pedaços de arame. Foi a educadora Hélène Lubienska de Lenval (1895–1975) quem propôs as modificações (em madeira) para gerar o que hoje conhecemos como Material dourado.

Alguns usos comuns do material dourado

- a) Ditado: nesta dinâmica, o professor dita o número e os alunos o representam por meio do material dourado. Por exemplo, para o número 374, eles deverão usar 3 placas, 7 barras e 4 cubos.
- b) Troca de peças: nesta atividade as crianças realizam trocas, ou seja, junta-se 10 cubinhos e troca-se por uma barra. Da mesma maneira, trocam-se 10 barras por uma placa. Assim, elas adquirem a noção de agrupamento;

- c) Materialização de operações aritméticas: ex.: $20 + 34$ cubinhos.
- d) Jogos livres: também é possível deixar que os pequenos criem seus próprios jogos, fazendo com que desenvolvam criatividade e trabalhem em grupo. Os alunos devem ser estimulados a fazer o uso do material dourado individualmente e sem orientações.

Jogo “Nunca 10” - um jogo com o material dourado

a) Peças utilizadas:

- material dourado e um dado

b) Regras do jogo:

- Cada jogador do grupo lança o dado e aquele que tirar a maior pontuação inicia as jogadas. A ordem das jogadas dos demais participantes pode ser no sentido horário, a partir do primeiro jogador.
- Cada jogador, na sua vez, lança o dado e retira da caixa de material dourado o número correspondente de cubinhos que saiu no dado.
- Quando o jogador juntar 10 cubinhos (10 unidades), ele deve realizar uma troca de peças. O jogador trocará 10 cubinhos (10 unidades) por uma barra (uma dezena) do material dourado.
- O vencedor será o jogador que conseguir formar 5 barras (5 dezenas ou 50 unidades) primeiro.

Para saber mais

1. Deixamos a seguir uma sugestão de um excelente tutorial, criado pela profa. Ludmila Lima, do canal do Youtube Boletim Escolar *Online*, sobre “Como Usar O Material Dourado Para Ensinar Matemática – Adição”.

<https://www.youtube.com/watch?v=Z5GSmzsKmOU>

2. Indicamos um texto de referência simples e direto intitulado “Materiais Didáticos no ensino de Matemática para estudantes com deficiência visual”:

http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd13_ana_koepsel.pdf

3. Recomendamos também um site sobre o Material Dourado que contempla muitos exemplos de atividades e está em:

<https://br.pinterest.com/elisanndraef/material-dourado/>

Exercícios

1. Segundo este texto, qual é considerado o maior desafio para a aprendizagem da matemática por pessoas cegas?

- A) A falta de professores especializados em Braille matemático.
- B) O acesso e a navegação tranquila sobre os registros da medição.
- C) A dificuldade em compreender operações básicas como adição e subtração.
- D) A ausência de tecnologia assistiva nas escolas.

2. O capítulo menciona o sistema de contagem babilônico como um método que permite contar até 60 usando as duas mãos. Qual é a principal vantagem matemática desse sistema citada no texto?

- A) O uso do zero como marcador posicional.
- B) A base 60, que possui muitos divisores, facilitando operações de divisão mental.
- C) A representação dos números por meio de letras do alfabeto.
- D) A utilização exclusiva dos dedos das mãos sem necessidade de trocas.

3. De acordo com o texto, qual das seguintes afirmações sobre o Material Dourado é correta?

- A) Foi idealizado pela educadora Hélène Lubienska de Lenval como parte de uma metodologia de educação sensorial baseada exclusivamente em estímulos auditivos.

B) É composto por placas, barras e cubos de madeira, sendo que a barra tem dimensões de 10 cm × 1 cm × 1 cm e representa uma dezena no sistema decimal.

C) Sua utilização restringe-se ao ensino da contagem, não sendo adequado para trabalhar operações aritméticas como adição e subtração.

D) No jogo de ditado, o professor apresenta as peças do material e os alunos devem dizer oralmente qual número está representado.

4. No jogo “Nunca 10” com o material dourado descrito no capítulo, qual é a condição para que um jogador realize a troca de peças?

A) Juntar 10 barras para trocar por uma placa.

B) Juntar 5 cubinhos para trocar por uma barra.

C) Juntar 10 cubinhos para trocar por uma barra.

D) Juntar 10 placas para trocar por um cubo grande.

Gabarito: 1. B ; 2. B ; 3. B ; 4. C

Capítulo 3

Ábaco e soroban

Introdução ao uso do ábaco

Figura 3.1 – Ábaco de criança



Fonte: Gerado por Gemini.

Descrição da figura 3.1: Foto em preto-e-branco de um ábaco de criança. Um ábaco de madeira com contas organizadas em fileiras horizontais. A armação é clara, com duas colunas laterais cilíndricas e várias hastes finas na horizontal. Cada haste tem contas ovais de uma mesma cor. Fim da descrição.

O ábaco é uma invenção milenar: várias civilizações antigas já usavam o ábaco como ferramenta para calcular grandes somas. Sua origem exata é desconhecida, mas algumas referências ao ábaco datam da época do Império Babilônico, cerca de mil anos antes da nossa era.

O ábaco mais primitivo é uma estrutura com hastes em paralelo, cada qual contendo 10 peças móveis (pedras), que representam os algarismos.

Nota: Repare que seriam necessárias apenas 9 contas, em vez de 10, para representar os algarismos de 0 a 9, mas naquela época o conceito de zero ainda não estava bem resolvido filosoficamente, muito menos na cabeça dos comerciantes.

Com esse instrumento pode-se fazer cálculos aritméticos simples como adição, subtração, multiplicação e divisão, e também outros mais complexos.

Os defensores do ábaco o consideram uma ferramenta que não só melhora o cálculo mental, como também a memória e a concentração. Os movimentos das mãos criam uma conexão entre o corpo e a mente que tornam o cálculo um processo ativo e envolvente.

Usando o ábaco para fazer adições

O ábaco era especialmente simples para representar números. Por exemplo, para representar o número 685, bastava puxar 6 contas para a esquerda na terceira haste, 8 na segunda e 5 na terceira. As operações matemáticas de somar também eram simples, e podiam ser realizadas da esquerda para a direita, ou seja, na ordem em que se fala.

Um exemplo: vamos somar **548** com **837**:

a. Primeiro se escreve 548 no dispositivo.

b. Somando a casa das centenas:

$8 + 5 = 13$ (ou seja, 3 e vai um). Posiciona-se o 3 na vara atual, e o vai um é somado à vara anterior.

c. Somando a casa das dezenas:

$3 + 4 = 7$ (gerando 7 nesta haste).

d. Finalmente a casa das unidades:

$8 + 7 = 15$ (ou seja, 5 e vai 1). Da mesma forma, o vai um é somado à haste anterior.

e. No ábaco aparecerá a resposta: 1.385.

Nota: repare que a existência de 10 contas nas hastes torna o processo de “vai um” mais simples, postergando a adição na casa seguinte (quando uma haste estivesse com o valor 10) para após o fim da conta.

Desafio: utilize o simulador de ábaco para realizar a soma anterior.

Pense a respeito...

Por que os utilizadores do ábaco fazem as contas da esquerda para a direita e nós aprendemos na escolinha a fazer da direita para a esquerda?

Para um exemplo simples do funcionamento do ábaco, assista ao vídeo “Treinando adição com o ábaco”, em

<https://youtu.be/B1ZlccrOliI>

E como se fazem subtrações, multiplicações e divisões?

Nosso objetivo neste livro é fornecer uma introdução e não um manual e operação. Mas vamos indicar um vídeo para você obter detalhes sobre operações mais complexas.

<https://www.youtube.com/watch?v=7vafh15rONE>

Para Saber Mais

Um pouco de filosofia

É interessante esta questão do uso do zero. Na tradição das crenças monoteístas, se Deus é o início de tudo, e Deus é único (ou seja, 1) como pode haver algo anterior a ele? O zero foi sempre objeto de conflito filosófico! Leia mais sobre isso em

<https://ebrael.wordpress.com/2011/02/15/o-zero-e-deus/>

ou ainda no *site*

<https://super.abril.com.br/ciencia/a-importancia-do-numero-zero/>

Introdução ao uso do sorobã

O sorobã é um ábaco japonês que funciona no sistema decimal. Ele consiste em uma moldura de madeira retangular com hastes verticais em que são colocadas contas deslizantes e uma barra divisória fixa horizontal.

O uso do sorobã se tornou muito disseminado pelo tamanho reduzido e pela facilidade de ser operado com enorme agilidade usando apenas o polegar e o indicador. Há quem afirme que uma pessoa treinada consegue fazer contas com maior rapidez e menor erro com o Sorobã do que com uma calculadora eletrônica. No Brasil, o Sorobã foi adaptado para ser utilizado por pessoas cegas.

Figura 3.2 – Sorobã



Fonte: Gerado por chatGPT.

Descrição da figura 3.2: Um ábaco de madeira em formato retangular, com hastes verticais e contas em duas cores. A moldura externa é marrom-escura, parecendo madeira envelhecida. Há uma barra horizontal que divide o ábaco em duas partes: uma fileira superior e uma inferior. Na parte superior, cada haste tem uma única conta grande, em tom marrom-alaranjado mais escuro e polido. Na parte inferior, cada haste tem quatro contas em tom bege claro, também com aparência de madeira. As contas têm formato de duplo cone (como dois cones unidos pela base, formando um “reloginho de areia” arredondado). As hastes são finas, em tom amarelado, lembrando madeira mais clara, e ligam a parte superior à inferior. Nas laterais esquerda e direita da moldura há um pequeno ponto circular claro, que parece ser o encaixe ou pino que prende a barra horizontal. O fundo interno do ábaco é claro, em tom off-white, destacando bem as contas de madeira. Fim da descrição.

O Soroban é composto de diversas colunas (hastes), cada uma representando uma unidade, dezena, centena etc. da direita para a esquerda. Cada coluna, por sua vez, contém duas partes: uma em cima, com uma conta e outra embaixo, com quatro contas. As contas de baixo valem um e a conta de cima da valem cinco.

Observe na figura. Há também uma régua entre a parte de cima e de baixo, que é dividida em seis partes iguais, com pontos salientes de três em três hastes, representando as unidades, dezenas e centenas de cada classe. Ela serve, entre outras coisas, para tornar mais simples a leitura de números grandes.

Regras básicas para representar números no Soroban:

1. Quando a conta superior e as contas inferiores estão afastadas da régua, o Soroban está “zerado”.
2. Quando movemos uma conta da parte de baixo para cima, teremos o 1, se movermos mais uma, teremos a representação do 2, e assim por diante.
3. Para representarmos o 5, basta movermos a conta superior para baixo.

Por exemplo, para representar o número 15, coloque uma conta na parte inferior da haste das dezenas e uma conta na parte superior da haste das unidades. Para representar o número 123, coloque uma conta na haste das centenas, duas contas na haste das dezenas e três contas na haste das unidades.

Assista a dois filmes sobre operação básica do Soroban

Estes filmes que criamos são tutoriais muito simplificados e com interesse didático. Eles não mostram o uso eficiente do aparelho. Por exemplo: ninguém soma 2 com 4 contando com os dedinhos 3, 4, 5, 6, e ninguém manipula as somas pedrinha por pedrinha. Cada dígito é somado de cabeça, e o resultado já colocado na haste, a partir de uma tabuada previamente decorada. As operações aritméticas, como no ábaco são realizadas da esquerda para a direita (mas não há nada de errado se fizermos da direita para a esquerda, embora isso não seja comum).

Filme 1 - Conhecendo o Soroban

<https://youtu.be/fRXwtssyBDU>

Filme 2 - Como fazer contas no Soroban

<https://youtu.be/X6mhKjKVfF8>

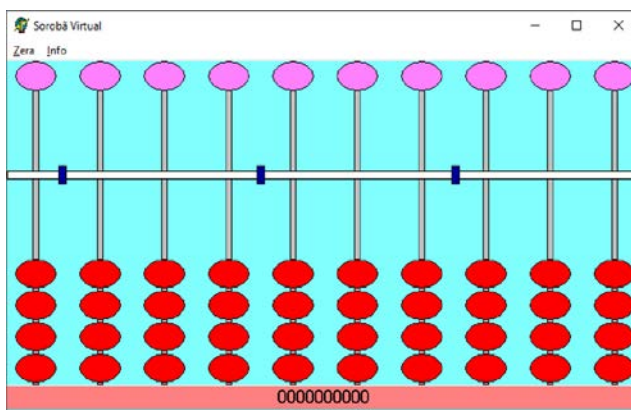
Movendo os dedos no soroban de maneira eficiente

No uso real, para somar e subtrair com grande rapidez, deve-se utilizar “maneiras padronizadas” para manipulações dos dedos. A forma padronizada mais básica é a escrita de um número, em que o polegar é usado para mover a peça de baixo simultaneamente com o indicador para mover a peça de cima, **num movimento de pinça**.

Nas operações aritméticas, o movimento de pinça é usado abrindo ou fechando os dedos.

O soroban virtual

Figura 3.3 – Soroban virtual



Fonte: Cópia da tela do computador.

Descrição da figura 3.3: Sorobã virtual colorido. Ao fundo há um retângulo azul-claro representando a área do sorobã. Na parte de cima aparecem 10 contas ovais grandes em tom rosa, alinhadas horizontalmente. De cada conta rosa desce uma haste cinza vertical. Mais ou menos no terço superior das hastes passa uma barra horizontal cinza; sobre três dessas hastes há pequenos marcadores azuis-escuros em forma de quadrado, como se fossem seletores de posição. Na região inferior, em cada haste existem várias contas ovais vermelhas empilhadas, formando colunas bem regulares. Na base do sorobã há uma faixa horizontal rosa-escuro. Dentro dessa faixa, ao centro,

aparece a sequência numérica "0000000000" em preto. Na barra de título da janela está escrito "Sorobã Virtual". No canto superior esquerdo da janela aparecem os menus "Zera" e "Info". Fim da descrição.

Nós criamos um pequeno programa que pode ser usado para treinar o uso do soroban sem que se tenha acesso a um equipamento físico. É muito bom para você treinar as técnicas aqui descritas. Você pode obtê-lo no site:

http://intervox.nce.ufrj.br/~antonio2/mec_aee/soroban.exe

Há muitos outros programas que implementam sorobans virtuais disponíveis na *Internet*, e, também, muitos tutoriais no Youtube. Fique à vontade para escolher e estudar o que mais gostar.

Caso você não tenha neste momento um computador, pode tentar uma versão para celular: uma versão online de soroban que executa bem em celulares e tablets pode ser utilizada a partir do site:

<http://www.alcula.com/soroban.php>

Exercícios

1) Indique a informação CORRETA.

- A) É importante que os educadores tenham paciência e estejam dispostos a adaptar suas abordagens de ensino de acordo com as necessidades individuais dos alunos cegos.
- B) Utilizar tecnologia assistiva para ensinar matemática corresponde a um dispêndio inútil de recursos.
- C) Um aluno cego devido à sua condição especial nunca se envolve em confusão na sala de aula.
- D) Uma pessoa cega consegue saber facilmente, sem usar dispositivos especiais, determinar o nível de água existente num copo d'água.
- E) Uma pessoa cega consegue, com treinamento, medir com precisão um objeto usando seus dedos como modelo.

2) Indique a informação CORRETA.

A) Malba Tahan foi um professor que criou diversos livros em que conceitos matemáticos eram misturados com literatura de fantasia.

B) Os pastores da pré-história guardavam pedras de tamanho diferentes para utilizar quando um membro do rebanho se extraviava.

C) Os pastores da pré-história penduravam uma pedra no pescoço de cada ovelha para poder contá-las posteriormente.

D) Há inúmeras vantagens de se utilizar a notação romana de números, que é muito mais compacta do que a indo-arábica.

E) Os hindus e os romanos guerrearam pelo estabelecimento de uma hegemonia no sistema de contagem único, necessária para o comércio.

3) Um ábaco contendo apenas 4 pinos, colocado com os pinos na vertical, está apresentando a seguinte configuração:

- 2 contas no pino da esquerda;
- 4 contas no segundo pino;
- 1 conta no terceiro pino;
- 7 contas no quarto pino.

Qual o número representado?

A) 2417

B) 107

C) 247

D) 14

E) 2317

4) Qual a alternativa INCORRETA?

A) Não é possível fazer contas de multiplicar ou dividir num Soroban típico usado por pessoas cegas.

- B) O soroban funciona no sistema decimal.
- C) Uma pessoa com anos de treino no uso do Soroban consegue fazer contas com maior rapidez e menor erro com ele do que com uma calculadora eletrônica.
- D) No Brasil, o Soroban foi adaptado para ser utilizado por pessoas cegas.
- E) Habitualmente, no Soroban, as operações aritméticas são realizadas da esquerda para a direita, mas não há nada de errado se fizermos da direita para a esquerda.

Gabarito: 1 – a; 2 – a; 3 – a; 4 – a

Capítulo 4

Dispositivos fundamentais para apoio ao ensino da Matemática

Instrumentos de desenho e medida adaptados para o ensino de Matemática para pessoas cegas

Praticamente em todas as escolas os alunos fazem uso dos mesmos dispositivos básicos:

Régua adaptada

A régua é um instrumento usado para medir distâncias ou traçar linhas retas. Ela é geralmente feita de metal, plástico ou madeira e possui marcações graduadas que indicam unidades de medida, como centímetros ou polegadas. As réguas são usadas para medir comprimentos, larguras e alturas, bem como para desenhar segmentos de reta precisos. O desenho a seguir mostra a aparência de uma régua adaptada para uso por cegos, onde foram agregados pontos táteis superpostos aos lugares de medição da régua.

Figura 4.1 – Régua adaptada para DV



Fonte: Gerado por Gemini.

Descrição da figura 4.1: Régua de madeira adaptada para deficientes visuais sobre uma folha de papel com anotações. Na parte superior central da imagem, dentro de um retângulo, está escrito: “RÉGUA ADAPTADA PARA DEFICIENTES VISUAIS”. No centro da imagem, há uma régua marrom, com aparência de madeira, colocada na diagonal da esquerda inferior para a direita superior. Na borda inferior da régua aparecem pequenas marcas de medida em relevo. A cada centímetro existe uma marca maior; entre elas há marcas menores que indicam subdivisões. Acima dessas marcas, ao longo da régua, estão os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 11 gravados em relevo. Logo abaixo de cada número impresso, há o mesmo número em Braille, também profundamente esculpido. Próximo à aresta inferior da régua há uma linha contínua, em relevo, indicada como “linha de centímetro tátil”. Sobre a régua, no fundo da imagem, há setas com textos explicativos. À esquerda, uma seta aponta para um número em relevo com o texto “NÚMERO CARVADO”. Outra seta aponta para os pontinhos em Braille com o texto “NÚMERO EM BRAILLE”. No meio, acima da régua, está o texto “MEDIDAS TÁTEIS”. Mais à direita, outra seta aponta para os pontinhos em Braille com o texto “NÚMERO EM BRAILLE”. Uma seta apontando para a linha em relevo na parte inferior da régua traz o texto “LINHA DE CENTÍMETRO TÁTIL”. Na parte inferior da imagem, abaixo da régua, há uma área de texto explicativo: “Régua especial para leitura tátil. Escala em relevo (C, X, I), com números e Braille profundamente esculpidos. Texturas variadas para distinção de milímetros, meio-centímetros e centímetros. Design acessível: cada unidade (Centum, Decem, Unus, etc.) é identificada por marcações táteis únicas.” Ao fundo, o papel tem algumas contas matemáticas manuscritas e manchas de tinta, apenas como decoração. Fim da descrição.

Nota: Existem em desenvolvimento régua acopladas a *Bluetooth* para que a medição seja percebida e transmitida para um dispositivo de áudio.

Diversos dispositivos têm adaptações semelhantes, com a marcação tátil e em braille, por exemplo:

- **Par de esquadros adaptados**

Um par de esquadros é um instrumento de medição e desenho usado principalmente em geometria. Ele consiste em duas régua perpendiculares entre si, formando um ângulo reto (90 graus) em sua interseção. Os esquadros são usados para desenhar linhas perpendiculares, medir ou criar ângulos retos, bem como para auxiliar na construção de figuras geométricas. Eles são especialmente úteis para garantir a precisão na criação de formas retangulares e na verificação de ângulos retos em projetos de geometria e desenho técnico.

- **Transferidor adaptado**

O transferidor é um instrumento usado para medir ângulos, cuja adaptação é semelhante aos esquadros. Ele é frequentemente usado em aulas de geometria para que os estudantes possam medir e construir ângulos com precisão. O transferidor possui uma escala graduada em graus e um ponto central que é colocado no vértice do ângulo a ser medido.

Compasso adaptado

O compasso é um instrumento que consiste em duas hastes, uma delas com uma ponta afiada e a outra com uma ponta que pode ser movida para ajustar a abertura. Ele é usado para desenhar círculos, arcos e outras formas circulares. O compasso permite que os estudantes explorem conceitos geométricos, como raio, diâmetro e circunferência, além de realizar construções geométricas, como bissecções de ângulos ou divisões de segmentos em partes iguais.

Figura 4.2 – compasso adaptado

Fonte: Gerado por Gemini.

Descrição da figura 4.2: Compasso adaptado para cegos em vista superior, em estilo de ilustração antiga, deitado sobre um papel de desenho. No topo, dentro de uma placa retangular marrom, está escrito: “COMPASSO ADAPTADO PARA CEGOS”. O compasso é maior e mais robusto do que os modelos comuns, em tons de dourado e marrom, com várias partes identificadas por textos e setas. Braço esquerdo do compasso: Perto da ponta, há o texto “PONTA TÁTIL de Precisão”. Um pouco acima, há o texto “LIMITADOR DE DISTÂNCIA TÁTIL”. Parte central: Ao redor de uma articulação circular há marcações em relevo com números em centímetros, de 5 cm até 15 cm, e está escrito “GRADUAÇÃO EM RELEVO E BRAILLE”. Ao lado da junta, aparece o texto “ARTICULAÇÃO TÁTIL”. Braço direito e cabeça: Na região superior direita, há um disco grande com uma espécie de botão central. Esse conjunto é apontado pelo texto “RODA DE SELEÇÃO DE FERRAMENTA (BRAILLE) • (Pinta) • (Perf.) • (Lápis)”. Mais abaixo, perto da extremidade direita, há a indicação “Ferramenta de Perfuração Tátil”. Logo abaixo do disco grande, outro texto aponta para essa parte: “CABEÇA MULTIFUNCIONAL COM RODA DE SELEÇÃO”. Ao fundo, o papel de desenho tem esquemas geométricos, linhas e um borrão de tinta, compondo um cenário de desenho técnico antigo. Fim da descrição.

Papel estufável (Swell paper) e outras formas de suporte ao desenho

Esses instrumentos são essenciais para o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos e geométricos, mesmo sem enxergar. Eles permitem que os alunos visualizem e explorem as propriedades das linhas, das formas e dos ângulos, realizem construções geométricas precisas e desenvolvam habilidades de medição, dadas as condições de contorno para sua exibição. Além disso, o uso desses instrumentos pode promover

uma compreensão mais prática e tangível da matemática e da geometria, o que é importante para muitos estudantes.

Estes instrumentos de desenho e cópia estarão disponíveis quando estivermos tratando de produção de desenhos por pessoas DV.

Geoplano

O Geoplano é uma ferramenta criada para o ensino da Geometria plana, mas que pode ser utilizada em muitas outras aplicações. Foi inventado e popularizado na década de 1950 pelo matemático egípcio Caleb Gattegno (1911–1988).

O Geoplano é formado por uma placa de madeira ou plástico onde são cravados preguinhos, formando uma malha composta por linhas e colunas. Com elásticos, podem ser criadas figuras geométricas, usando os preguinhos como vértices. As figuras abaixo representam um geoplano de madeira e um geoplano simulado no computador, que permite colorir as formas geométricas geradas.

Nota: o geoplano físico não oferece a habilidade de pintar os polígonos internamente, mas pode-se utilizar elásticos de várias cores em cada linha ou poligonal.

O atrativo do geoplano se baseia no fato de que o aluno pode visualizar os conceitos abstratos da geometria de forma prática. O geoplano permite aos alunos a exploração de figuras poligonais através da sua construção e visualização e exploração interativa. Suas possibilidades e aplicações são múltiplas, entre elas:

- Construção de figuras geométricas planas;
- Desenvolvimento dos conceitos de horizontal e vertical;
- Contagem;
- Movimento de figuras: translação, rotação e reflexão;
- Ampliação, semelhança e padrões;

- Fracionamento;
- Ângulos (em particular retos);
- Cálculo de perímetros e áreas de figuras simples;
- Plano cartesiano e coordenadas.

Os geoplanos comerciais geralmente têm uma estrutura quadrada vertical de 9, 16 ou 25 pregos ou mais, ou um círculo de pregos ao redor de um prego central. Os alunos são convidados a colocar elásticos em volta dos pregos para explorar conceitos geométricos ou resolver quebra-cabeças matemáticos.

Figura 4.3 – Geoplano com figuras geradas com elásticos



Fonte: Gerado por Gemini.

Descrição da figura 4.3: Tabuleiro quadrado de madeira com pinos formando uma grade e elásticos coloridos presos, criando figuras geométricas. O tabuleiro ocupa o centro da imagem e tem pinos alinhados em linhas e colunas, formando um geoplano 10 por 10. Ao redor da borda desse tabuleiro, há números de 1 a 10 marcados em cada lado. No lado esquerdo superior do tabuleiro, há um quadrado feito com um elástico azul preso aos pinos. Mais à direita, aproximadamente no meio do tabuleiro, há duas figuras próximas: um retângulo verde horizontal e, à frente dele, um quadrado amarelo levemente inclinado. Na parte inferior do tabuleiro, há um triângulo grande formado por um elástico vermelho, com a base paralela à borda inferior. À esquerda, sobre a mesa, há um caderno pequeno com espiral lateral; na página visível aparece a palavra "10X10 GEOPLANO" e alguns desenhos de figuras sobre uma grade. À direita do tabuleiro há outro caderno espiral semelhante, também com o título "10X10 GEOPLA-

NO” e desenhos de grades com formas traçadas. No canto superior esquerdo, acima do tabuleiro, há um pequeno recipiente redondo contendo vários elásticos coloridos soltos. Na parte superior direita da imagem há uma régua metálica e um lápis de madeira apoiados sobre a mesa de madeira rústica. Fim da descrição.

Originalmente os Geoplanos eram feitos de compensado com pregos ou estacas de latão. Hoje, os geoplanos são geralmente feitos com uma base de plástico com furos igualmente espaçados, onde se encaixam pinos de plástico.

Nota: *é muito fácil gerar um geoplano caseiro utilizando uma placa de MDF ou EVA, e pinos pontudos usados para colar papeizinhos. Neste caso os pinos não são encaixados, mas espetados na superfície macia.*

Para dicas e sugestões de aplicações para aplicação em sala de aula, sugerimos:

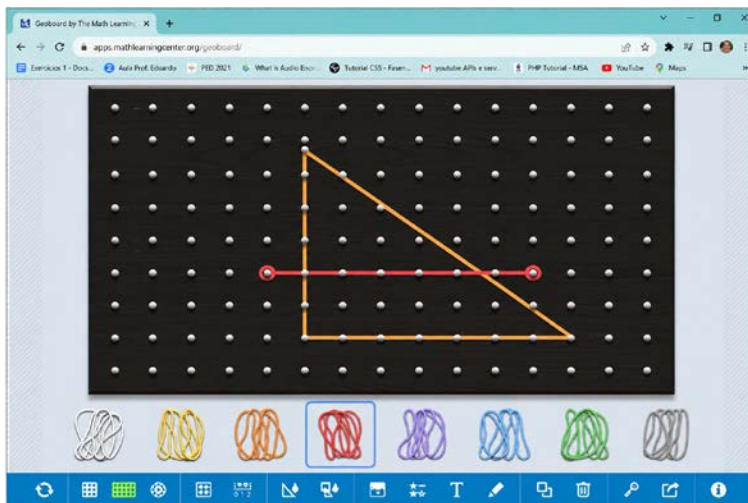
<https://www.ensinandomatematica.com/ensinando-matematica-geoplano>

Atualmente, existem também Geoplanos simulados no computador que permitem colorir a forma geométrica gerada, como por exemplo:

<https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>

Nota: *No uso em sala de aula, é comum copiar as informações criadas pelos alunos em papel quadriculado, ou tirar uma foto com o celular, mas isso é inacessível para pessoas cegas.*

Figura 4.4 – Geoplano virtual



Fonte: Cópia de tela do site mathlearningcenter.org.

Descrição da figura 4.4: Quadro de pregos digital com um triângulo retângulo desenhado com elástico laranja. O fundo é preto, com uma grade regular de pinos brancos alinhados em linhas e colunas. O triângulo ocupa a parte central do quadro: um lado vertical à esquerda, um lado horizontal na parte de baixo e um lado inclinado ligando a parte de cima da vertical à extremidade direita da base, formando um triângulo retângulo com o ângulo de 90 graus no canto inferior esquerdo. No interior do triângulo há um segmento horizontal vermelho, mais ou menos no meio da altura, indo de um ponto na lateral esquerda até um ponto na lateral direita do triângulo. Na parte inferior da tela aparecem vários conjuntos de elásticos de cores diferentes (branco, amarelo, laranja, vermelho, roxo, verde e cinza), que parecem ser opções de cor para desenhar no geoplano digital. Na parte de cima e embaixo da imagem há barras de ferramentas do navegador e do aplicativo, indicando que o geoplano está aberto em um *site* educativo. Fim da descrição.

Multiplano

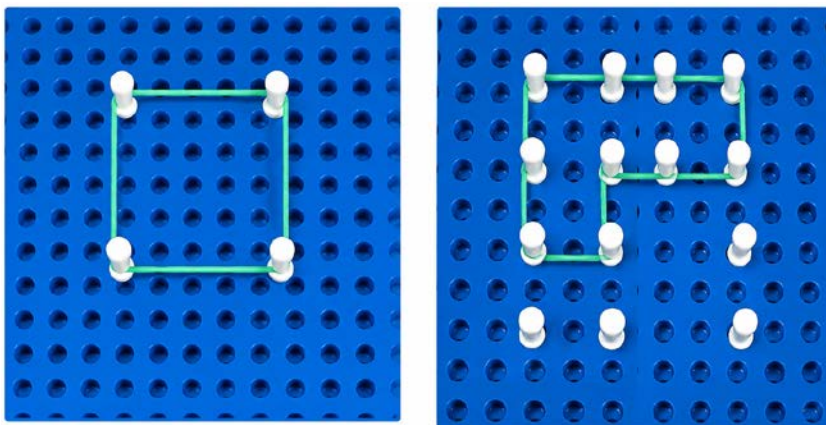
Figura 4.5 – Base retangular e algumas peças do *kit* multiplano



Fonte: <https://multiplano.com.br/produto/kit-multiplano/>.

Descrição da figura 4.5: Placa azul perfurada à esquerda e caixa branca com peças plásticas à direita. À esquerda há uma grande placa rígida azul, totalmente coberta por furos pequenos e circulares dispostos em uma grade regular, como um tabuleiro de montagem. À direita há um organizador branco dividido em vários compartimentos retangulares. Nos compartimentos superiores e centrais há várias hastes plásticas finas e compridas de cor bege clara. Em outros espaços há peças menores cinza-claras, algumas em formato de pinos curtos, outras em formato de conectores. Há também um pequeno maço de elásticos coloridos (amarelos, vermelhos, verdes) enrolados juntos em um dos compartimentos. No canto inferior direito há muitas peças plásticas brancas bem pequenas, soltas. Na parte inferior central aparece uma peça mais longa e plana, cinza-clara, também perfurada com vários furos alinhados. Fim da descrição.

O multiplano é um objeto educacional comercial, que está sendo utilizado em diversas modalidades de ensino de várias instituições do país. Este recurso possibilita ao estudante a compreensão da lógica existente nos conteúdos matemáticos e configura-se como elemento decisivo para o entendimento e proposições de alternativas na superação de problemas vivenciados nesta área, principalmente para alunos com deficiência visual.

Figura 4.6 – Aplicações do multiplano imitando um geoplano com elásticos.

Fonte: <https://multiplano.com.br/produto/kit-multiplano/>.

Descrição da figura 4.6: Dois tabuleiros azuis com pinos brancos formando figuras com elástico verde. Na primeira imagem, os pinos formam um quadrado simples: quatro pinos, um em cada vértice, ligados por um elástico verde, formando só um quadrado. Na segunda imagem, aparecem mais pinos e o mesmo elástico verde forma um contorno que passa por vários pinos, criando três quadrados de mesmo tamanho organizados em forma de “L”: dois quadrados na parte de cima, lado a lado, e um quadrado embaixo do quadrado da direita. Fim da descrição.

O multiplano em sua versão mais completa é composto por uma base retangular que possui 546 furos, onde são feitos os cálculos e gráficos.

O multiplano é um instrumento de operação muito simples, que permite ao estudante passar para a construção lógica do problema a partir da experimentação concreta. Através do toque, e utilizando a construção interativa autônoma, o estudante consegue perceber o sentido das operações matemáticas e consegue entender a lógica e a mecânica da construção de fórmulas matemáticas.

Nota: são também comercializadas versões mais simples com menos furos. Existe também o multiplano circular, que possui 72 furos em uma circunferência, distribuídos de cinco em cinco graus, ideal para o ensino de trigonometria.

Acompanha o *kit* uma variedade de elementos de encaixe: pinos simples, pinos com números, hastes flexíveis, elásticos etc. que servem para executar um número enorme de funcionalidades.

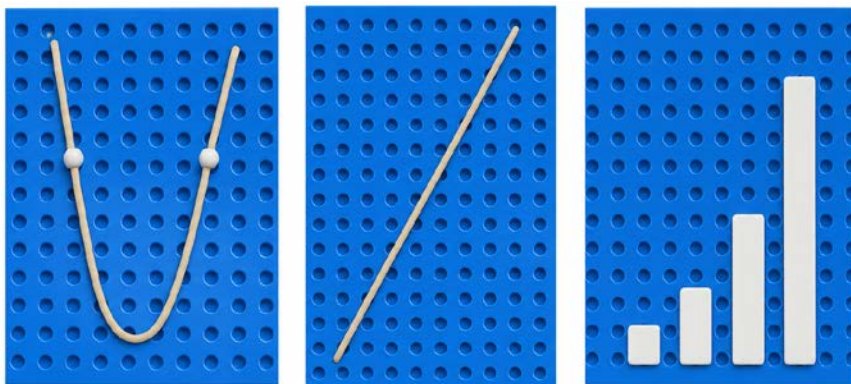
Os pinos têm várias aplicações como: fixar um elástico (como num geoplano), indicar a posição, entre outras; Os elásticos podem ser usados para representar figuras geométricas, intervalos, entre outros.

As hastes são utilizadas para representar sólidos geométricos, gráficos das funções. Nas figuras abaixo temos as representações de alguns casos no multiplano.

Pinos com superfície esférica podem indicar números positivos e intervalos fechados nos números reais, e o pino com superfície plana representa os números negativos e intervalos abertos nos números reais.

Inúmeras aplicações podem ser desenvolvidas com este dispositivo: operações, tabuada, equações, proporção, regra de três, funções, matrizes, determinantes, sistemas lineares, estatística etc. As hastes permitem a materialização de diversos tipos gráficos de funções, inequações, funções exponenciais e logarítmicas, trigonometria, elementos de geometria plana e espacial, entre outros.

Figura 4.7 – Gráficos gerados no multiplano: parábola (função do segundo grau), reta (função do primeiro grau) e de barras



Fonte: <https://multiplano.com.br/produto/kit-multiplano/>.

Descrição da figura 4.7: Placas azuis perfuradas com peças brancas formando três figuras em sequência. Na imagem da esquerda, há uma peça flexível branca em formato de “U” aberto para cima, presa na placa pelos dois extremos, sugerindo uma curva. Na imagem central, há uma única haste reta branca inclinada na diagonal sobre a placa. Na imagem da direita, há quatro blocos retangulares brancos em pé, alinhados da esquerda para a direita, com alturas crescentes, lembrando um gráfico de barras crescente. Fim da descrição.

Assista a um filme em que aparecem algumas possibilidades para o uso do Multiplano

<https://www.youtube.com/watch?v=FR65c4AfqYA>

Para saber mais sobre o multiplano, é interessante ir ao site:

<http://www.multiplano.com.br>

Quem criou o multiplano?

O multiplano foi desenvolvido pelo professor paranaense Rubens Ferronato, no início dos anos 2000, a partir das dificuldades enfrentadas por ele ao ensinar conteúdos matemáticos a um aluno cego.

O prof. Rubens Ferronato foi um dos 50 finalistas do *Global Teacher Prize*, que é concedido a um professor excepcional que tenha feito uma contribuição extraordinária para a profissão.

O multiplano se difundiu muito no país, e hoje está sendo muito utilizado por pessoas com deficiência visual, em todos os níveis, inclusive universitário.

Exercícios

1. Qual dos seguintes equipamentos é indicado para medir volumes de líquidos por alunos cegos?

- A) Balança que fala o peso em voz alta
 - B) Recipiente de plástico ou vidro com marcações em relevo (em Braille) e um anel que vibra ou um apito que toca quando a água atinge a quantidade desejada
 - C) Tubo fino com marcas pintadas em cores bem fortes
 - D) Conta-gotas com um termômetro acoplado
 - E) Copo comum com desenhos internos que refletem a luz
-

2. No que diz respeito ao Geoplano, o capítulo menciona que ele foi inventado e popularizado pelo matemático Caleb Gattegno. Qual das seguintes aplicações NÃO é citada no texto como possibilidade de uso do Geoplano?

- A) Construção de figuras geométricas planas.
 - B) Desenvolvimento dos conceitos de horizontal e vertical.
 - C) Cálculo de perímetros e áreas de figuras simples.
 - D) Resolução de equações do segundo grau com raízes complexas.
 - E) Movimento de figuras: translação, rotação e reflexão.
-

3. Segundo o capítulo, qual foi o principal problema enfrentado pelo professor Rubens Ferronato que o levou a desenvolver o Multiplano?

- A) A falta de calculadoras falantes no mercado brasileiro.
- B) A dificuldade de ensinar conteúdos matemáticos a um aluno cego.
- C) A ausência de geoplanos comerciais nas escolas públicas.

D) O alto custo dos dispositivos com *Bluetooth* para medição.

E) A necessidade de um sistema de GPS para ambientes fechados.

Gabarito: 1- B; 2 – D; 3 – B

Capítulo 5

Uso do computador como ferramenta para ensino de Matemática para alunos com deficiência visual

Usar ou não usar computadores no ensino da Matemática?

Antes de falarmos nos alunos com deficiência visual, devemos pensar um pouco sobre os desafios e preocupações que estão associados às tentativas de incorporar a tecnologia como ferramenta de ensino e recurso de aprendizagem para todos os alunos.

Como qualquer recurso integrado às práticas de ensino, as tecnologias possuem vantagens e desvantagens, e é a maneira como são utilizadas e exploradas que determina as diretrizes a serem seguidas. A decisão sobre como utilizar efetivamente os recursos disponíveis na sociedade, portanto, termina por recair sobre os professores, que precisam atuar como orientadores, direcionando os alunos para o uso adequado das tecnologias.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o computador pode ser utilizado não apenas como um suporte para o ensino, mas também como fonte de aprendizagem e ferramenta para o desenvolvimento de habilidades. O trabalho com computadores pode incentivar a aprendizagem colaborativa, permitindo que os alunos compartilhem suas produções e comparem seus progressos. Os recursos tecnológicos no ensino oferecem inúmeras possibilidades de aplicação, tornando-o mais envolvente e os alunos mais autônomos em relação ao uso dessas tecnologias.

Os PCN também destacam a emergência, neste final de século, de um conhecimento baseado em simulações, típico da cultura da informática.

Isso torna os computadores ainda mais cruciais como recursos didáticos, dadas a sua notável presença na sociedade moderna e as possibilidades de aplicação no ensino da Matemática, por exemplo:

- o uso da calculadora para diminuir o estresse dos cálculos manuais e seus erros comuns
- a possibilidade do trabalho simplificado com informações tabulares através de planilhas eletrônicas
- O uso de diversos softwares para a construção de gráficos padronizados a partir de dados, melhorando a percepção sobre o significado destes dados

Nota: Mesmo sendo o foco aqui sobre o ensino fundamental e médio, não podemos esquecer, numa perspectiva mais avançada da matemática, do emprego de softwares de manipulação algébrica e simbólica, permitindo um nível extraordinário de interação com as teorias matemáticas.

A matemática, apoiada por ferramentas computacionais, pode se tornar um mecanismo de entendimento do universo social. Hoje é trivial a realização de pesquisas utilizando formulários interativos (*Google Forms*, por exemplo), onde os alunos escolhem um tema, enviam o formulário para suas famílias (ou amigos, comunidade etc.) e, em seguida, analisam os dados coletados em sala de aula, ganhando assim uma intuição enorme sobre o funcionamento da sociedade onde vivem.

No contexto do ensino da matemática no ensino fundamental, existem várias maneiras de utilizar a tecnologia. Vídeos e músicas, por exemplo, podem ser recursos lúdicos que cativam os alunos e auxiliam no ensino das operações básicas e da tabuada, tornando o aprendizado mais descontraído. Além disso, jogos digitais disponíveis em sites e aplicativos são excelentes recursos para tornar o estudo da matemática mais divertido e menos intimidante.

Em resumo, a integração da tecnologia no ensino da matemática oferece inúmeras possibilidades de tornar o aprendizado mais eficaz, envolvente e relevante para a vida dos alunos, ajudando-os a desenvolver habilidades importantes para o mundo atual.

Dificuldades específicas dos deficientes visuais no uso de computadores para aprendizado (e utilização de ferramentas) de Matemática

Teoricamente falando, não há diferenças significativas sobre o uso da matemática auxiliada pelo computador, entre as pessoas com ou sem deficiência. Porém, existem alguns entraves a contornar.

- a) Acesso a informações visuais:** Muitos recursos e aplicativos de matemática, como gráficos, tabelas e diagramas, são predominantemente visuais. Isso pode dificultar o acesso direto a essas informações para pessoas cegas. Existe, entretanto, um avanço na manipulação destas informações, seja pela impressão tátil (o que exige certamente um treinamento específico para leitura), seja na descrição e interpretação desses elementos visuais, provavelmente usando inteligência artificial.
- b) Programas em que a matemática é especificada através de interações não textuais (interface gráfica):** Neste caso, é necessário encontrar programas acessíveis e *softwares* específicos que possam simplificar essa tarefa, tornando-a menos impeditiva para pessoas com deficiência visual.
- c) Digitação de símbolos matemáticos:** Digitar símbolos matemáticos, equações complexas e fórmulas, pode ser complicado para pessoas cegas, pois os teclados não oferecem facilidades para entrada direta destes símbolos. No entanto, existem editores matemáticos acessíveis que suportam a entrada de fórmulas usando notação matemática, o que inclui o uso do Braille matemático. Como veremos adiante, o aprendizado de formas simplificadas para entrada de textos matemáticos (*AsciiMath*, por exemplo) habilita rapidamente a pessoa a criar matemática no computador.
- d) Leitura dos textos matemáticos:** A matemática foi desenvolvida com base em símbolos específicos, cujo uso é essencialmente visual, sendo sua leitura em forma de voz, muito difícil de ser assimilada. Há, entretanto, alguns mecanismos de tradução e simpli-

ficação, que permitem que esta compreensão seja imensamente melhorada, como o SonoraMat, mostrado adiante neste curso.

e) Acesso a recursos de aprendizado *online*: Acessar materiais de aprendizado *online*, como tutoriais em vídeo ou plataformas de ensino à distância, que estão exibindo textos matemáticos, pode ser um desafio para pessoas cegas. Certas plataformas podem não ser completamente acessíveis, exigindo adaptações ou alternativas.

f) Manipulação de objetos matemáticos em 3 dimensões (possivelmente representados como gráficos): O processo de projeção de 3d para 2d não é algo trivialmente compreendido. São necessárias técnicas especiais para visualização, o que inclui sua impressão física em 3 dimensões.

Para superar essas dificuldades, é importante que as pessoas cegas tenham acesso à Tecnologia Assistiva adequada, o que inclui equipamentos, *softwares* de interpretação matemática, impressoras Braille e diversos dispositivos especiais (como geradores de relevo e impressoras 3d). Além disso, a orientação e o apoio de professores e tutores especializados em educação para pessoas com deficiência visual podem ser fundamentais para garantir que o aprendizado da matemática no computador seja acessível e eficaz.

Terminando esta breve discussão, devemos enfatizar a necessidade urgente de desenvolvimento de novas aplicações para acessibilidade de matemática para deficientes visuais no computador. Como veremos neste curso, as ferramentas existentes ainda são muito precárias, e este investimento é algo premente.

Algumas ferramentas muito acessíveis para o ensino básico presentes no sistema Dosvox

Nosso intuito neste momento não é ser completo, mas demonstrar que é possível utilizar técnicas de interação homem-máquina simples, mas que possibilitam um uso muito confortável da tecnologia computacional

por parte de alunos com deficiência visual. Tomamos do sistema Dosvox quatro exemplos de interface adequada para uso totalmente acessível.

O sistema Dosvox pode ser instalado a partir do seguinte site:

<http://intervox.nce.ufrj.br/dosvox/download.htm>

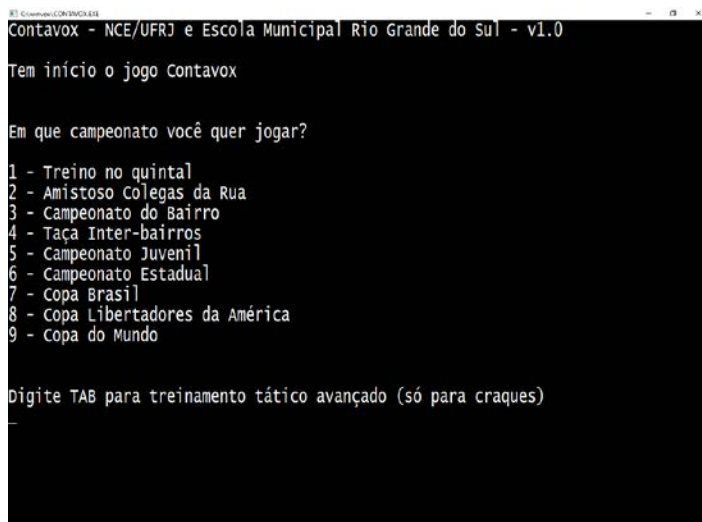
O sistema Dosvox está disponível para *Windows*. Porém, com procedimentos operacionais, ele pode ser utilizado *Linux* ou *MacIntosh*. O tutorial a seguir detalha um pouco mais sobre o Dosvox:

<https://youtu.be/Qkq7YBaYzmg>

1 - Jogo contavox

Este é um jogo de tabuada, em que são exibidas continhas (especificáveis pelo professor). O aluno deve responder corretamente ou o computador fará uma piadinha com o erro, mostrando o que deveria ser respondido.

Figura 5.1 – Tela do Contavox no Dosvox



Fonte: Cópia de tela.

Descrição da figura 5.1: Tela de um jogo em modo texto com fundo preto e letras brancas. Na parte de cima está escrito: "Contavox – NCE/UFRJ e Escola Municipal Rio Grande do Sul – v1.0". Logo abaixo: "Tem início o jogo Contavox. Em que campeonato

você quer jogar?” Em seguida aparecem as opções, uma por linha: “1 – Treino no quintal. 2 – Amistoso Colegas da Rua. 3 – Campeonato do Bairro. 4 – Taça Inter-bairros. 5 – Campeonato Juvenil. 6 – Campeonato Estadual. 7 – Copa Brasil. 8 – Copa Libertadores da América. 9 – Copa do Mundo”. Na parte de baixo: “Digite TAB para treinamento tático avançado (só para craques)”. Fim da descrição.

2 - *Calcuvox*

A calculadora vocal do Dosvox, ativada com as letras UC (utilitário de cálculo), implementa as mesmas funções encontradas nas calculadoras usuais, incluindo: operações básicas, funções matemáticas e trigonométricas, agrupamento de subexpressões com parentização, armazenamento dos resultados em 30 memórias, dentre outras funcionalidades. A diferença é que a execução de todas as operações é sonorizada, e o **feedback sonoro é de grande precisão**, adequado tanto para uso escolar quanto profissional.

A calculadora é capaz de avaliar expressões aritméticas complexas (funções com várias variáveis), que são descritas por sua fórmula usando variáveis que fazem referência às memórias da calculadora, e algumas convenções (^ significa elevado, por exemplo), como $(x^2+2x+3)/2$ ou $a*x^2+b*x+c$. É possível interativamente variar o conteúdo das memórias para obter listas (tabelas) de resultados.

Todas as funções implementadas pelo Calcuvox são ativadas de duas formas muito acessíveis:

- (a) digitando-se uma ou duas teclas referentes à operação desejada, ou
- (b) teclando-se F9, o que abre um menu com as funções disponíveis, teclando-se então a operação desejada.

A calculadora simula uma fita de papel na qual a execução e os resultados dos cálculos são registrados, o que permite inspeção visual para pessoas com baixa visão, ou percurso com as setas e sonorização, para as pessoas cegas.

Figura 5.2 – Tela da Calcuvox, calculadora vocal do Dosvox



Fonte: Cópia de tela.

Descrição da figura 5.2: Tela de um programa chamado “calculadora vocal – 4.0a”. Na parte superior, uma faixa azul contém o texto “calculadora vocal – 4.0a”. À direita, aparecem instruções em texto branco sobre fundo preto: “Funções básicas: + - * / % \ () =. F Funções matemáticas. T Funções trigonométricas. X Calcula expressão. BS apaga dígito. C limpa conta. D número de casas decimais. P põe na memória (0..9, A..Z). M traz da memória (0..9, A..Z). Memórias: Todas zeradas”. Na parte inferior esquerda, há um painel cinza-escuro com bordas tracejadas amarelas parecendo o teclado da calculadora. Na parte de cima do painel, está uma barra roxa com a palavra “GRAU”. À direita da barra roxa, há um campo de exibição preto com o valor “0.00”. Abaixo ficam as teclas, com caracteres amarelos: Linha de cima: “7 8 9 = + ()”. Linha do meio: “4 5 6 - C BS”. Linha de baixo: “1 2 3 * % F T”. Na parte inferior, aparecem ainda “0 . , \ / R M.. ESC”. Fim da descrição.

3 - Planivox

A planilha eletrônica do Dosvox é semelhante às planilhas do mercado (como Excel, por exemplo), porém exibindo grande cuidado no **feedback sonoro**. A navegação é feita unicamente pelas setas ou por teclas de salto (pgup, por exemplo).

Existem muitas funções na planilha, sempre com o cuidado de *feedback* muito claro sobre a operação e resultados. Por exemplo, por segu-

rança operacional, a planilha usa o conceito de bloco, uma área retangular fixa que pode ser especificada pelo usuário, de maneira que esbarrar numa tecla, não faz esquecer a seleção. São muitos os detalhes operacionais, mas o mais importante é que a pessoa se sente muito segura com o **feedback** oferecido.

É possível também importar planilhas em formato CSV o que a torna bastante compatível com os produtos do mercado, à exceção de certos tipos de dados e certas formatações que não são suportadas, mas que são pouco usadas nas tarefas pedagógicas.

Figura 5.3 – Tela do Planivox, planilha eletrônica do Dosvox

	A	B	C	D	E
1	10	100	110	3.33	
2	20	200	220	6.67	
3	30	300	330	10	
4	40	400	440	13.33	
5	50	500	550	16.67	
6	60	600	660	20	
7	70	700	770	23.33	
8	80	800	880	26.67	
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					

Fonte: Cópia de tela.

Descrição da figura 5.3: Tela de uma planilha eletrônica chamada “Planilha eletrônica vox – versao 1.1”. Na parte superior, barra azul com esse título à esquerda e, à direita, “DI(Form)”. Logo abaixo, no canto esquerdo, aparece “a1/3”. A linha de cabeçalho de colunas está em azul com letras: A B C D E. Na coluna A: linha 1: 10, linha 2: 20, linha 3: 30, linha 4: 40, linha 5: 50, linha 6: 60, linha 7: 70, linha 8: 80. Na coluna B: linha 1: 100, linha 2: 200, linha 3: 300, linha 4: 400, linha 5: 500, linha 6: 600, linha 7: 700, linha 8: 800. Na coluna C: linha 1: 110, linha 2: 220, linha 3: 330, linha 4: 440, linha 5: 550, linha 6: 660, linha 7: 770, linha 8: 880. Na coluna D, a primeira célula está em fundo vermelho com texto branco: linha 1: 3.33, linha 2: 6.67, linha 3: 10, linha 4: 13.33, linha 5: 16.67, linha 6: 20, linha 7: 23.33, linha 8: 26.67. A coluna E está vazia nas linhas visíveis. O fundo da área da planilha é preto. Na parte inferior central da tela aparece a palavra “ok” em amarelo. Fim da descrição.

4 – Editor de textos (Edivox) e a integração da matemática

Por último queremos falar sobre o editor de textos do Dosvox. Sabemos que o editor é o caderno de notas do usuário cego, então sair do editor para fazer algo externo (usar uma calculadora, por exemplo) pode ser altamente complexo para uma criança.

Pensando nisso, o edivox tem uma calculadora embutida, que é capaz de realizar interativamente inúmeras funções, mais do que suficientes para o uso no ensino fundamental. **Cabe registrar** que essa calculadora integrada foi aperfeiçoada a Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), sob a orientação do Prof. Luís César Martini, por meio do projeto **Matvox** — um utilitário que recomendamos fortemente que seja pesquisado.

IMPORTANTE:

No próximo módulo, falaremos sobre o sistema de digitação e leitura de matemática (ASCIIMATH/SONORAMAT) que eleva o processo de digitação de matemática do Dosvox a um patamar que, com simplicidade operacional associada à digitação de expressões matemáticas (das mais simples às mais complexas), é suficiente para acompanhar as necessidades dos alunos do nível fundamental até a universidade.

Uso de aplicativos de Matemática através do uso de leitores de tela

Ressaltamos que este curso não se destina a dar detalhes sobre o funcionamento de leitores de tela (para isso sugerimos nosso outro curso sobre ferramentas computacionais para pessoas com deficiência visual). Apesar disso, selecionamos um conjunto de instruções que mostra ser razoavelmente fácil utilizar o leitor de telas NVDA (*NonVisual Desktop Access*) para acessar a calculadora do *Windows*.

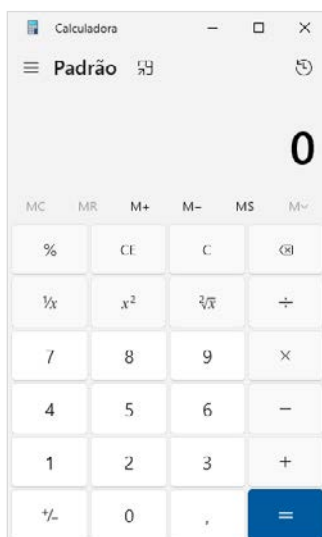
Atenção: para seguir o próximo exemplo, certifique-se de que o NVDA está **instalado** em seu sistema e em **execução**. Caso não esteja instalado, você pode baixar o NVDA gratuitamente em seu *site* oficial:

<https://www.nvaccess.org/download/>

Para usar a Calculadora do Windows em conjunto com o leitor de telas NVDA (NonVisual Desktop Access), siga estas etapas:

- a) **Abrir a Calculadora:** Pressione a tecla **Win** (a tecla com o logotipo do *Windows*) para abrir o menu Iniciar, em seguida digite “calculadora” na barra de pesquisa e pressione **Enter**

Figura 5.4 – Tela do Calculadora padrão do Windows



Fonte: Cópia de tela.

Descrição da figura 5.4: Janela do aplicativo Calculadora do Windows aberta no modo padrão, mostrando o número 0 no visor. Na parte superior está a barra de título com o nome “Calculadora” e os botões de minimizar, maximizar e fechar à direita. Logo abaixo aparece a palavra “Padrão”, indicando o tipo de calculadora, com alguns ícones ao lado, como histórico e menu. O visor grande ocupa quase toda a largura logo abaixo desse título e mostra apenas o número “0” alinhado à direita. Abaixo do visor há linhas de botões numéricos e de operações em formato de grade. Estão visíveis os botões de memória (MC, MR, M+, M-, MS) em uma linha logo sob o visor. Nas linhas seguintes aparecem botões como porcentagem, raiz quadrada, x^2 , fração $1/x$, além dos dígitos de 0 a 9 distribuídos em colunas. Também há os botões de operações básicas: divisão, multiplicação, subtração e adição, além dos botões de limpar (CE e C) e de sinal (+/-) e vírgula. No canto inferior direito está o botão de igual, retangular, em azul. Fim da descrição.

- b) Uma vez que a Calculadora esteja **aberta**, o **NVDA** deve automaticamente começar a **ler as informações na tela**.

c) Use as teclas de atalho do NVDA para navegar. O NVDA oferece diversas teclas de atalho para navegar pela interface da Calculadora e ler os resultados. Alguns exemplos de comandos do NVDA:

- Setas para cima e para baixo: Navegue pelas diferentes partes da Calculadora, como os botões numéricos e as funções.
- Tab: Alterne entre os elementos na Calculadora, como os botões numéricos e as áreas de entrada.
- Leitura de Tela: O NVDA irá ler em voz alta o que estiver atualmente em foco.
- *Enter*: Execute a ação associada a um botão ou opção, como fazer cálculos.

Para realizar os cálculos:

- a) Use o teclado numérico ou as teclas numéricas na parte superior do teclado para inserir números.
- b) Utilize as operações matemáticas padrão, como + (adição), - (subtração), * (multiplicação) e / (divisão).
- c) Pressione Enter ou a tecla correspondente à operação desejada para calcular.
- d) O NVDA irá ler em voz alta o resultado do cálculo.

Dica: o NVDA é altamente configurável e pode ser personalizado de acordo com suas necessidades específicas. Se você tiver dificuldades ou precisar de informações adicionais sobre como usar o NVDA com a Calculadora do Windows, consulte a documentação do NVDA ou acesse fóruns e recursos de suporte online relacionados a leitores de tela.

Exercícios

1) Indique a alternativa CORRETA.

A) O Geoplano é uma ferramenta que permite o ensino da geometria plana.

- B) O uso do Geoplano foi descartado, pois se mostrou uma ferramenta difícil de ser manuseada.
 - C) O Geoplano foi desenvolvido em 1980 para que a pessoa cega pudesse desenvolver conceitos de geometria.
 - D) Somente é possível representar quadrados, triângulos e retângulos no geoplano.
 - E) Os Geoplanos originais eram construídos com material E.V.A.
-

2) Indique a afirmação INCORRETA.

- A) O Multiplano é um dispositivo para ensino de conceitos matemáticos disponibilizado pelo Ministério da Educação (MEC).
 - B) O Multiplano possibilita a compreensão da lógica existente nos conteúdos matemáticos.
 - C) O Multiplano permite que o estudante passe para a construção lógica do problema a partir da experimentação concreta.
 - D) O Multiplano se configura como elemento decisivo para o entendimento de problemas vivenciados na Matemática, principalmente para aluno com deficiência visual.
 - E) Através do toque, o estudante consegue perceber o sentido das operações e a mecânica das construções de fórmulas matemáticas.
-

3) Indique a informação CORRETA.

- A) O *kit* Multiplano não é acessível, o que torna impossível o uso do dispositivo por deficientes visuais.
- B) O *kit* do Multiplano acompanha inúmeros elementos de encaixe na base, tais como hastes para representação de gráficos, pinos numerados e elásticos.
- C) O Multiplano não permite a operação de frações.
- D) No *kit* Multiplano não há nenhum pino identificado em braille, tornando impossível a sua utilização por pessoas com deficiência visual.

E) Rubens Ferronato, idealizador do Multiplano, NÃO foi indicado para concorrer ao prêmio *Global Teacher Prize*.

4) Indique a informação INCORRETA:

- A) No esquadro adaptado há um furo próximo ao ângulo reto para que seja utilizado em conjunto com o compasso adaptado na formação de elipses.
 - B) O compasso é um instrumento usado para desenhar círculos, arcos e outras formas circulares.
 - C) O compasso permite que os estudantes explorem conceitos geométricos, como diâmetro e raio.
 - D) O esquadro pode ser utilizado para desenhar linhas perpendiculares, e auxiliar na construção de figuras geométricas.
 - E) Esquadros são úteis também em projetos de geometria e desenho técnico.
-

5) Indique a informação CORRETA.

- A) Calcuvox é a calculadora vocal do Sistema Dosvox. Ela implementa as mesmas funções das calculadoras usuais, incluindo as operações básicas e as funções trigonométricas.
 - B) O sistema Dosvox só pode ser executado no sistema Operacional Windows.
 - C) O resultado da operação realizada na calculadora do Dosvox é sonoro mas as operações intermediárias não são sonorizadas.
 - D) A planilha eletrônica do sistema Dosvox permite a navegação sem sonorização, através do uso do *mouse*.
 - E) O leitor de tela NVDA não consegue fazer a leitura das operações da calculadora do sistema Windows.
-

Gabarito: 1 – a; 2 – a; 3 – b; 4 – a; 5 – a

Capítulo 6

A difícil produção de escrita matemática com qualidade no computador

Uma breve história

A escrita matemática no computador teve um impacto significativo na forma como os matemáticos trabalham e comunicam suas ideias. Mas este processo foi muito penoso até chegarmos à maneira simples que temos hoje, e que aplicamos neste curso. Vamos dar uma olhada na visão histórica dessa evolução.

No início da era dos computadores, a escrita matemática era geralmente realizada em papel ou em máquinas de escrever convencionais. Os matemáticos costumavam usar símbolos matemáticos especiais, como letras gregas e operadores, mas representá-los no teclado de uma máquina de escrever era um desafio. Quando um texto matemático precisava ser impresso com qualidade, o autor escrevia um manuscrito em papel, e o enviava a uma gráfica que utilizava tipos gráficos em máquinas de impressão especiais, o que não era absolutamente trivial, muito demorado e sujeito a erros. Só mesmo editoras especializadas, que produziam livros e revistas científicas faziam uso desta tecnologia: os matemáticos usavam papel e lápis no seu dia a dia.

Com o advento dos primeiros computadores pessoais, na década de 1970, surgiram linguagens de programação específicas para processamento de cálculos matemáticos, como o Fortran e o BASIC. Essas linguagens permitiam que os matemáticos escrevessem fórmulas e equações diretamente no computador, usando uma sintaxe matemática específica.

Essas linguagens, entretanto, só eram adequadas para criar programas para especificar as operações a serem processadas no computador, não para produzir textos ou comunicações matemáticas direcionadas à leitura por seres humanos.

```
C PROGRAMA QUE CALCULA AS RAIZES DE
C UMA EQUACAO DE SEGUNDO GRAU
PROGRAM EQUACAO
REAL A, B, C
REAL DELTA, X1, X2
READ (*,*) A, B, C
DELTA = B**2-4.0*A*C
WRITE (*,*) DELTA
X1 = (-B + SQRT(DELTA)) / (2*A)
X2 = (-B - SQRT(DELTA)) / (2*A)
WRITE (*,*) X1, X2
STOP
END
```

Do ponto de vista de escrita matemática, a forma de escrita usada nos programas tinha limitações quanto à entrada e exibição de símbolos matemáticos. Por exemplo, o símbolo de raiz quadrada não podia ser teclado diretamente, então era usada uma abreviatura (SQRT – *square root*). Havia muitas limitações na forma como as equações matemáticas eram exibidas. As fontes de texto padrão não eram projetadas para representar adequadamente símbolos matemáticos complexos.

É claro que havia pesquisas para aproximar o texto escrito da programação. Em 1962, por exemplo, foi criada uma linguagem chamada APL que permitia que, através de um teclado especial e uma interface de vídeo especial, os símbolos de matemática fossem produzidos e exibidos. Porém a necessidade do uso de hardware especial sempre limitou a disseminação da linguagem, que existe até hoje, mas é pouco utilizada.

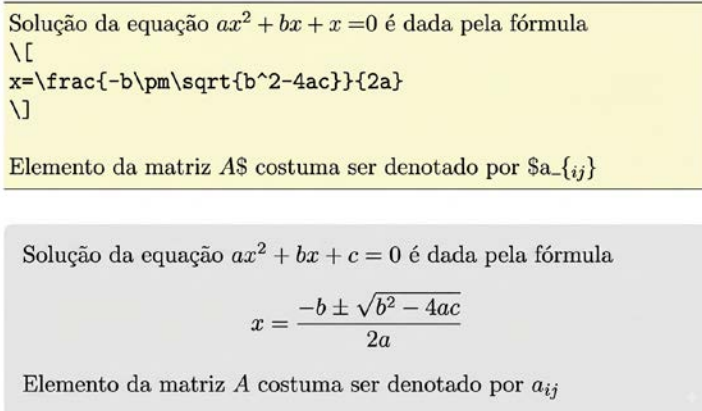
Surge o L^AT_EX

Foi apenas na década de 1980 que surgiram as primeiras linguagens e aplicativos dedicados à exibição e impressão de fórmulas matemáticas com qualidade profissional, como o TeX (lê-se ték, porque a letra final é um QUI grego e não um X) e uma versão aprimorada dela, o **LaTeX** (lê-se laték em português, ou leiték em inglês).

O TeX apareceu porque um matemático famoso chamado Donald Knuth ficava desesperado porque as editoras não conseguiam gerar os textos dele com a qualidade que ele desejava. Então ele escreveu um programa que tornava uma edição de textos simples e controlava as máquinas de impressão (*phototypesetters*, as avós da impressora a laser).

Essas linguagens, junto com os aplicativos que eram capazes de transformar o texto digitado numa página gráfica em papel, com grande qualidade e precisão, tiveram um impacto significativo na escrita matemática, oferecendo controle preciso sobre a aparência das equações e se tornando amplamente adotadas na comunidade acadêmica.

Figura 6.1 – texto matemático gerado com LaTeX



Fonte: Original e resultado renderizado com o programa MikTeX.

Descrição da figura 6.1: Solução da equação $ax^2 + bx + c = 0$. Imagem de duas caixas de texto em formato de slide ou PDF, uma em cima da outra. Na caixa superior, com fundo amarelo-claro, o texto está em português e em LaTeX. O conteúdo é: "Solução da equação $(ax^2 + bx + c = 0)$ é dada pela fórmula $\backslash [x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \backslash]$. Elemento da matriz A costuma ser denotado por $\backslash a_{ij} \backslash$ ". Na caixa inferior, com fundo cinza-claro, também em português, o conteúdo é: "Solução da equação $(ax^2 + bx + c = 0)$ é dada pela fórmula $\backslash [x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \backslash]$. Elemento da matriz A costuma ser denotado por $\backslash (a_{ij}) \backslash$ ". Fim da descrição.

A figura acima representa um texto matemático escrito em **LaTeX** e o texto final depois de renderizado (transformação do dado em um produto visual legível). Você pode perceber que, apesar das grandes vantagens e

qualidade em termos de resultados, não é trivial escrever um texto em LaTeX. Desta forma, LaTeX foi adotado e é amplamente usado no nível universitário e em atividades de escrita matemática profissional, não no ensino básico.

Devemos frisar que o processo de produção com LaTeX utiliza qualquer editor de texto bem simples, a exemplo do Bloco de Notas, só com letras comuns. Ou seja, para produzir o original, qualquer editor simples, como por exemplo o Edivox do Sistema Dosvox, é suficiente. Uma vez digitado, um programa de formatação produz a renderização final do texto em alguns segundos (ou minutos, dependendo da sua complexidade).

Nota: Hoje em dia, a editoração de LaTeX foi muito facilitada com a entrada no mercado de ambientes especializados, como o LaTeX Editor (extensão do editor de textos do *Google Docs*), o MikTeX (muito usado em *Windows* e *Linux*) e o *Overleaf* (sistema comercial). Estes sistemas permitem que, à medida que você digita, a saída gráfica pode ser gerada de forma automática (não muito rápida, na verdade). Mas isso só é de interesse para aqueles que querem ser profissionais da escrita matemática.

Surge o MathML

O problema da produção de matemática com qualidade ficou mais confuso ainda quando apareceram os navegadores de Internet. Era impossível, nos primeiros navegadores, apresentar textos em matemática, a menos que fossem convertidos para figuras (jpeg ou png, por exemplo). Isso trazia muitos problemas para que as pessoas publicassem páginas com conteúdo matemático.

A solução foi criar uma extensão do formato padrão, chamada de MATH-ML para criação/marcação de páginas web (HTML) para que ela incorporasse comandos específicos para renderizar fórmulas. A habilidade de processar HTML com MATH-ML embutido foi implantada em todos os navegadores profissionais e em alguns editores de textos profissionais.

Figura 6.2 – texto matemático gerado através de MathML

$$G \rightarrow e_2 \rightarrow ks4G \rightarrow e_2 \rightarrow ks$$

Fonte: Acervo do autor.

Descrição da figura 6.2: Fórmula de química. $G \rightarrow e_2 \rightarrow ks4G \rightarrow e_2 \rightarrow ks$. Fim da descrição.

A figura acima pode ser gerada através do seguintes código em MATH-ML:

```
<html>
<body>
  <math>
    <msub> <mi>G</mi></msub>
    <mo>→</mo>
    <msub><mi>e</mi><mn>2</mn></msub>
    <mo>→</mo>
    <mi>k</mi><mi>s</mi>
    <mn>4</mn>
    <msub><mi>G</mi></msub>
    <mo>→</mo>
    <msub><mi>e</mi><mn>2</mn></msub>
    <mo>→</mo>
    <mi>k</mi><mi>s</mi>
  </math>
</body>
</html>
```

Perceba como é complicado escrever em MathML. Por outro lado, a saída gráfica na tela do navegador é perfeita!

É importante frisar que este formato de escrita **NÃO É FEITO PARA SERES HUMANOS USAREM**. É só um formato que os navegadores entendem e é gerado automaticamente pelos renderizadores a partir de LaTeX (entre outros formatos como o AsciiMath, que veremos em seguida).

Felizmente para nossos alunos, aparece o *AsciiMath*

Até pouco tempo, estas opções extremamente complexas eram o que existia para escrever matemática. Nada disso era utilizável no ensino fundamental ou médio.

Felizmente, apareceram outras opções úteis para uma escrita mais intuitiva.

Em particular, foi inventada uma linguagem muito simples, chamada AsciiMath, que produz matemática baseada em texto muito mais simples do que as opções anteriores

Nota: Em vez de usar caracteres especiais e símbolos complexos, o AsciiMath permite escrever equações matemáticas usando apenas caracteres padrão encontrados em teclados comuns. É uma abordagem mais acessível e fácil de escrever para quem não está familiarizado com símbolos matemáticos complexos.

Fique curioso, AsciiMath é um dos principais assuntos que veremos num próximo texto, e que você usará amplamente com seus alunos.

Outros sistemas para escrita matemática

- a) Alguns editores de texto com exibição interativa receberam nos últimos anos funções para escrever matemática (por exemplo, o *Microsoft Word* e o *Google Docs*). São implementações muito interessantes e mais ou menos fáceis de aprender, mas que têm limitações na acessibilidade para deficientes visuais.
- b) Foram também criados diversos sistemas que podem ser usados para geração de MathML a partir de vários formatos, inclusive LaTeX e AsciiMath com foco na *Web*. Citamos aqui o MathJax como o melhor exemplo para renderização de fórmulas na Internet e nos jogos. O MathJax é um elemento essencial para apresentação dos textos matemáticos gerados com diversos utilitários apresentados neste livro.
- c) Por último, citamos também o Geogebra e o Desmos, com suas calculadoras gráficas *online* com recursos de escrita matemática, que veremos mais adiante. O Geogebra é uma plataforma *online* que possui um conjunto de recursos matemáticos, além da calculadora. O Desmos, também oferece, na sua plataforma, diferentes modelos de calculadoras.

Um resumo!

1 - TeX e LaTeX

TeX é uma linguagem de programação e um sistema tipográfico desenvolvido por Donald Knuth na década de 1970. Ele foi criado com o objetivo de produzir documentos de alta qualidade tipográfica e é especialmente adequado para a escrita de fórmulas matemáticas complexas. TeX oferece recursos avançados para controle preciso da aparência das fórmulas e é usado principalmente por pesquisadores e matemáticos profissionais.

LaTeX é uma linguagem de marcação desenvolvida em cima do TeX. Ela fornece uma maneira mais acessível e simplificada de escrever documentos técnicos, como teses, artigos e livros acadêmicos, incluindo notações matemáticas complexas. LaTeX automatiza muitos aspectos do *design* de documentos e oferece uma ampla gama de pacotes e estilos para personalizar a aparência do documento. É muito popular na comunidade acadêmica e científica para a escrita e publicação de trabalhos matemáticos.

2 - MathML (Mathematical Markup Language)

MathML é uma linguagem de marcação baseada em XML para representar e exibir notações matemáticas na web. Foi desenvolvida pelo *World Wide Web Consortium* (W3C). Ela permite descrever estruturas matemáticas de forma precisa e semântica, garantindo que fórmulas matemáticas sejam renderizadas corretamente em navegadores da web, aplicativos educacionais e outros ambientes. O MathML é amplamente utilizado em sites educacionais, editores de documentos e plataformas de aprendizado online para facilitar a exibição e interação com equações matemáticas.

3 - AsciiMath

AsciiMath é uma linguagem de marcação matemática baseada em texto simples, que utiliza apenas caracteres padrão encontrados em teclados comuns. Foi criada para oferecer uma abordagem mais acessível e fácil de escrever fórmulas matemáticas **minimizando a necessidade de aprender símbolos matemáticos complexos ou comandos específicos de**

uma linguagem. O AsciiMath é usado principalmente em ambientes onde a simplicidade e a compatibilidade com plataformas de texto simples são valorizadas, como em fóruns *online* e *wikis*.

4 - Microsoft Word

Microsoft Word é um processador de texto amplamente utilizado que inclui recursos para escrever e formatar equações matemáticas. Ele possui uma interface intuitiva com suporte para inserção e edição de fórmulas matemáticas. O *Word* oferece uma coleção de símbolos e modelos matemáticos pré-definidos, tornando mais fácil para os usuários criarem e personalizarem suas equações. Embora não seja tão poderoso quanto algumas linguagens especializadas mencionadas acima, o *Word* é uma opção popular para escrita matemática devido à sua ampla disponibilidade e facilidade de uso.

5 - LaTeX Editor

LaTeX Editor é um software ou aplicativo especificamente projetado para facilitar a escrita em LaTeX. Ele fornece uma interface amigável e recursos adicionais, como assistentes de código, realce de sintaxe, visualização em tempo real e gerenciamento de pacotes. Exemplos populares de editores LaTeX são *TeXstudio*, *Texmaker* e *Overleaf* (um editor LaTeX *online* baseado em navegador).

6 - MathJax

MathJax é uma biblioteca JavaScript que permite exibir equações matemáticas em páginas da *web*. O MathJax suporta a renderização de equações em diferentes navegadores e dispositivos, usando tecnologias como MathML, TeX e AsciiMath. MathJax oferece recursos como ampliação, interação e suporte para fórmulas matemáticas complexas, permitindo que os usuários visualizem e interajam com equações matemáticas em um ambiente *online*.

... E o que é JavaScript?

JavaScript é, basicamente, uma linguagem de programação que permite implementar páginas *web* com recursos mais elaborados, tais como a utilização de gráficos dinâmicos, a atualização da página por intervalos de tempo, a criação de mapas interativos, entre outros.

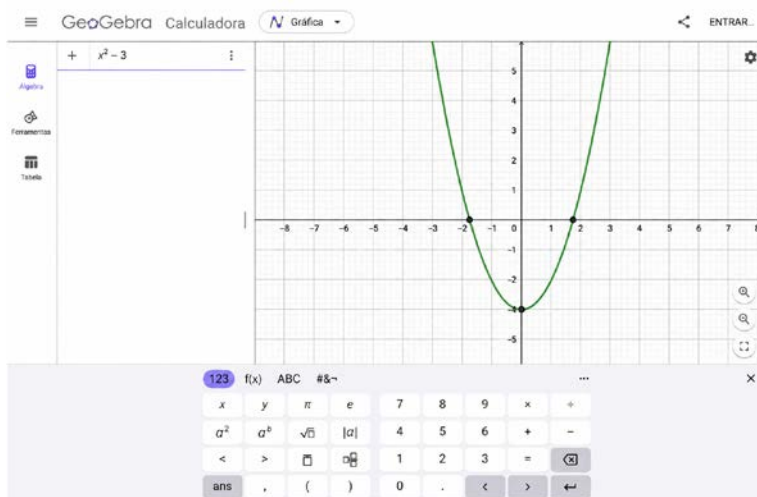
7 - Desmos:

Desmos é uma plataforma *online* que oferece uma calculadora gráfica interativa, bem como recursos para a criação e compartilhamento de fórmulas matemáticas. Ele permite que os usuários representem graficamente e manipulem equações e funções matemáticas. Desmos é frequentemente usado em contextos educacionais para explorar visualmente conceitos matemáticos e realizar experimentos com fórmulas em tempo real.

8 - Geogebra:

O GeoGebra é um *software* de matemática dinâmica gratuito e multi-plataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas etc. Em particular, o *software* GeoGebra permite construir e manipular na tela do computador objetos matemáticos, proporcionando que as produções matemáticas ocorram de forma dinâmica e interativa.

Figura 6.3 – Geogebra



Fonte: Cópia da tela do programa.

Descrição da figura 6.3: Gráfico do GeoGebra com uma parábola verde. Na parte esquerda, na caixa de entrada de funções, está escrito " $x^2 - 3$ ". No plano cartesiano ao centro, essa função gera uma parábola voltada para cima, simétrica em relação ao eixo y. O vértice da parábola está no ponto (0, -3), exatamente sobre o eixo y, abaixo da origem. A parábola corta o eixo y em -3 e cruza o eixo x em dois pontos simétricos à esquerda e à direita da origem (aproximadamente em $x = -\sqrt{3}$ e $x = \sqrt{3}$). Abaixo do gráfico há um teclado virtual do GeoGebra, com teclas de números, operadores, x, potências, frações e outras funções matemáticas. Fim da descrição.

Exercícios

- De acordo com o capítulo, qual foi o principal motivo que levou Donald Knuth a criar o TeX?
 - A necessidade de uma linguagem de programação específica para cálculos matemáticos, como Fortran e BASIC.
 - O desejo de criar um formato padrão para exibição de fórmulas matemáticas em navegadores da web.
 - O descontentamento com a qualidade da impressão de seus textos matemáticos pelas editoras.

D) A necessidade de tornar a escrita matemática acessível para deficientes visuais no ensino básico.

2. O capítulo apresenta diferentes sistemas para escrita matemática. Qual deles é descrito como uma linguagem de marcação baseada em XML, desenvolvida pelo W3C para representar notações matemáticas na *web*?

- A) LaTeX
 - B) AsciiMath
 - C) MathML
 - D) GeoGebra
-

3. Segundo o texto, qual das seguintes afirmações sobre o AsciiMath é correta?

- A) Foi desenvolvido por Donald Knuth na década de 1970 para produzir documentos de alta qualidade tipográfica.
 - B) É uma linguagem baseada em texto simples que utiliza apenas caracteres padrão de teclados comuns, sendo mais acessível.
 - C) Trata-se de uma extensão do Microsoft Word que permite inserir equações por meio de uma interface intuitiva.
 - D) É uma biblioteca JavaScript que renderiza equações matemáticas em páginas da web usando TeX e MathML.
-

4. O capítulo menciona que, no início da era dos computadores, a produção de textos matemáticos com qualidade profissional enfrentava dificuldades. Qual era o procedimento típico adotado nesse período?

- A) O autor digitava diretamente em linguagem LaTeX e enviava o arquivo para impressão em gráficas especializadas.
- B) O autor utilizava máquinas de escrever com teclados especiais que continham símbolos matemáticos gregos.

C) O autor escrevia um manuscrito em papel e o enviava a uma gráfica que utilizava tipos gráficos em máquinas de impressão especiais.

D) O autor utilizava linguagens de programação como Fortran para gerar automaticamente a formatação tipográfica.

Gabarito: 1 – C; 2 – C; 3 – B; 4 – C

Capítulo 7

Escrita Matemática básica usando AsciiMath e SonoraMat

Sobre a complexidade da escrita matemática convencional

A escrita matemática desempenha um papel crucial na comunicação de conceitos matemáticos complexos. Desta forma, saber matemática implica em saber escrever e ler matemática.

A escrita matemática usual segue convenções específicas, que produzem uma escrita não linear, por exemplo:

- a representação de frações com uma barra horizontal separando o dividendo acima e o divisor abaixo dela, ou o uso de expoentes colocados acima e índices colocados abaixo da linha, ou formas híbridas como a integral, onde há elementos escritos acima e abaixo.
- Parênteses e colchetes são usados para agrupar expressões e definir a ordem das operações: “ $(2 + 3) * 4$ ” impõe que a adição seja realizada antes da multiplicação.
- Vários símbolos não alfabéticos são usados, como números, operadores, letras gregas, entre outros. A álgebra define equações, inequações, potências, índices, radicais. Funções matemáticas são frequentemente escritas em notação funcional, como $f(x) = 2x + 1$, onde f é a função e x é a variável independente.
- Além da notação simbólica, a matemática frequentemente utiliza diagramas e gráficos para representar visualmente relações matemáticas e dados.

- Para complicar ainda mais várias representações numéricas podem ser diferentes entre países (como é o caso do ponto decimal).

Portanto, se estamos tratando de pessoas com deficiência visual, fica claro que, para que a matemática seja acessível, temos que usar estratégias não convencionais para realizar a escrita e a leitura, com os dedos ou com os ouvidos. Essa é a essência deste curso.

Como o AsciiMath foi criado

O AsciiMath foi criado por Peter Jipsen, um renomado professor de matemática na Chapman University. Apaixonado pela interseção entre matemática e computação, Jipsen percebeu a necessidade de uma forma mais acessível e versátil de escrever fórmulas matemáticas no computador, em contraposição às formas complexas que eram utilizadas. Ele dedicou-se a desenvolver uma linguagem que permitisse representar matemática em uma ampla gama de plataformas e dispositivos e que pudesse ser utilizada por pessoas com perfil de conhecimento muito básico em matemática.

O trabalho de Jipsen na criação do AsciiMath envolveu extensa pesquisa e experimentação e foi verdadeiramente revolucionário do ponto de vista pedagógico. Ele combinou seu profundo conhecimento em matemática e ciência da computação para projetar uma sintaxe elegante e intuitiva. Essa sintaxe abrange desde equações simples até complexas, tornando o AsciiMath uma linguagem leve e de fácil aprendizado.

A escrita matemática no AsciiMath oferece uma maneira acessível e versátil de compartilhar fórmulas e notações matemáticas em qualquer plataforma *online*. Sua simplicidade e legibilidade o tornam uma escolha popular entre estudantes, professores e entusiastas da matemática que desejam apresentar e discutir conceitos matemáticos com clareza e eficiência.

Como um complemento fundamental para a adoção ampla do AsciiMath, Jipsen desenvolveu um conversor que transforma equações escritas em AsciiMath nas representações mais tradicionais que mencionamos anteriormente, o LaTeX ou MathML, permitindo também que fosse fácil publicar na Web exercícios e trabalhos de alunos.

Agora que você tem uma compreensão da motivação para a criação do AsciiMath e da visão de Peter Jipsen por trás dessa linguagem, podemos explorar alguns exemplos práticos de como utilizá-la para representar equações e fórmulas matemáticas em diversas situações.

Escrevendo matemática usando o AsciiMath

Uma expressão matemática em AsciiMath é um pequeno trecho que pode ser usado no meio de textos comuns, não matemáticos. Por causa disso, na escrita do AsciiMath, é importante lembrar de incluir o **acento grave** no início e no final de cada sentença matemática. O acento grave, representado pelo caractere ```, funciona como um delimitador que define o início e o término de uma expressão ou equação matemática. Essa prática ajuda a assegurar que o *software* ou interpretador reconheça corretamente o conteúdo como código AsciiMath.

Por exemplo, se desejarmos representar seguinte frase em AsciiMath:

Joãozinho calculou a expressão: $2^3 = 8$

devemos cercá-la com acento grave, como segue:

Joãozinho calculou a expressão ``2^3=8``

Esses caracteres delimitadores servem como marcadores visuais que informam ao sistema que o que está contido entre eles é uma expressão a ser interpretada como AsciiMath.

A inclusão adequada do acento grave no início e no final de cada sentença matemática é fundamental para garantir a clareza e a correta interpretação das equações, especialmente quando se lida com fórmulas matemáticas mais complexas. Portanto, ao utilizar o AsciiMath, lembre-se de adicionar o caractere ``` (acento grave) para delimitar suas expressões e equações de forma precisa e legível.

Sinais matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental

Nos anos iniciais do ensino fundamental, as crianças são introduzidas aos conceitos básicos da matemática e começam a aprender sobre os sinais matemáticos fundamentais. Vamos em seguida mostrar a escrita com AsciiMath e o resultado da renderização, à direita. Alguns dos sinais matemáticos mais comuns ensinados nessa fase incluem:

1 - Sinais das operações básicas e o sinal de igualdade

Adição: <code>`3+4=7`</code>	Adição: $3 + 4 = 7$
Subtração: <code>`13-4=9`</code>	Subtração: $13 - 4 = 9$
Multiplicação: <code>`2x4=8`</code>	Multiplicação: $2 \times 4 = 8$
Divisão: <code>`15÷3=5`</code>	Divisão: $15 \div 3 = 5$

Nos anos finais do Ensino Fundamental o sinal de multiplicação “x” é substituído pelo “.”. Veja como representá-lo usando o *AsciiMath*:

Multiplicação: <code>`2*4=8`</code>	Multiplicação: <code>`2*4=8`</code>
-------------------------------------	-------------------------------------

Uma outra forma de representar o sinal de divisão é usando a barra “/”. Veja como representar no *AsciiMath*:

Divisão: <code>`15//3=5`</code>	Divisão: <code>15 / 3 = 5</code>
---------------------------------	----------------------------------

2 - Sinais das relações elementares

Maior que: <code>`3+5>6`</code>	Maior que: $3 + 5 \geq 6$
Menor que: <code>`5-3<4`</code>	Menor que: $5 - 3 < 4$
Maior ou igual a: <code>`8-2>=6`</code>	Maior ou igual a: $8 - 2 \geq 6$
Menor ou igual a: <code>`8-2<=10`</code>	Menor ou igual a: $8 - 2 \leq 10$
Diferente: <code>`2+5!=9-1`</code>	Diferente: $2 + 5 \neq 9 - 1$

3 - Expressões numéricas

Além dos sinais matemáticos mencionados anteriormente, também é importante introduzir os conceitos de separadores de expressões numéricas

$\{[(8 \times 4 + 3) - : 7 + (3 + 15 - : 5)]\}$	$\{[(8 \times 4 + 3) \div 7 + (3 + 15 \div 5)]\}$
---	---

4 - Frações

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, as frações são introduzidas como um conceito fundamental da matemática. Vejamos como representá-las usando o AsciiMath:

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$	$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$
$1 \frac{2}{3}$	$1 \frac{2}{3}$
$2 - \{15/4 - [6/8 - (2 \frac{1}{3} + 3/4)]\} - 3$	$2 - \{ \frac{15}{4} - [\frac{6}{8} \div (2 \frac{1}{3} + \frac{3}{4})] \}$

Observe que, para representarmos um número misto, basta darmos um espaço entre a parte inteira e a parte fracionária.

Agora é com você!

O uso do AsciiMath exige treino. Sugerimos que você reproduza os exemplos dados neste capítulo no digimat, disponível no *site*:

<http://intervox.nce.ufrj.br/digimat>

Aproveite e faça alguns testes para se apropriar dos conceitos abordados.

Execute nossos exemplos também no *site* (em inglês):

<http://AsciiMath.org>

Prática de escrita e leitura de AsciiMath com o SonoraMat

Num primeiro momento, estamos interessados em desenvolver o uso do SonoraMat para o Ensino Fundamental. Em breve, começaremos a falar com maior detalhe sobre o uso das funções e da forma mais completa (e complexa) de produzir textos matemáticos.

1 – As expressões matemáticas são difíceis de falar

Quando pensamos numa pessoa cega usando um computador ao ler um texto qualquer, podemos imaginá-la usando um sintetizador de voz que traduz a sequência de letras do texto numa fala sintética, imitando a fala humana. Há hoje no mercado muitos sintetizadores de voz para a língua portuguesa, alguns com tradução mais precisa, outros mais rápidos, outros mais amigáveis. Não existe o “melhor sintetizador”, pois o usuário escolhe aquele que parece ser mais adequado para a finalidade pretendida. Por exemplo, alguns sintetizadores são bons para ler textos técnicos, outros melhores para ler poesia.

Diferentemente dos textos corridos, os documentos com conteúdo matemático entremeiam fórmulas, figuras e gráficos, o que dificulta a leitura desse tipo de material. Dessa forma, no contexto da acessibilidade, há grande dificuldade em transmitir conteúdo matemático assimilável pelos alunos, em especial para os deficientes visuais. Fórmulas matemáticas encontram tratamento escasso em ferramentas de síntese de voz (praticamente inexistente em língua portuguesa).

Como resposta a essas necessidades, foi desenvolvido, no Instituto Tércio Pacitti de Aplicações e Pesquisas Computacionais (NCE/UFRJ), um sistema denominado de **SonoraMat**, que, além do tratamento convencionalmente dado às porções textuais do documento, oferece a tradução de fórmulas para uma forma textual, legível em português.

No caso de alguns tipos de simbologia matemática ou expressões cuja leitura exige algumas especificidades na fala, tais como frações, funções, potências e raízes, ocorre uma tradução de forma diferenciada, garantindo a naturalidade e evitando a ambiguidade na leitura.

Esta tradução não é 100% perfeita, pois a própria matemática não é completamente “falável” com perfeição. O que o sistema tenta é produzir uma fala compreensível para a maior parte das situações. Porém, da mesma maneira que um usuário de sintetizador de voz precisa passar algumas horas até se acostumar com as características daquele produto específico, o mesmo ocorre com o SonoraMat.

2 – Escolhendo um sintetizador de voz para o SonoraMat

É bom deixar bem claro o que o SonoraMat faz:

**O SonoraMat toma um texto matemático
e traduz para um texto em português.**

Portanto, em sequência a esta tradução, o texto deve ser falado através de um sintetizador de voz qualquer. Cada sintetizador do mercado se comporta de forma ligeiramente diferente em sua forma de falar (prosódia), então, dependendo do produto escolhido para a síntese, a fala matemática poderá ser considerada “melhor” ou “pior”. Então escolher um sintetizador e acostumar-se com ele é uma parte do processo de aprender a “escutar matemática”.

Em geral, os melhores sintetizadores para matemática são os que têm uma prosódia (melodia da fala) mais monótona, evitando que uma fala poética desvirtue o sentido matemático. Desta forma, é muito comum que as pessoas prefiram um sintetizador simples como Liane ou mesmo a fala nativa do Dosvox, mas isso depende de pessoa para pessoa.

Listamos a seguir os sintetizadores de voz mais usados no Brasil para o sistema *Windows*, reconhecidos pelo nome dado à voz, e seu fabricante:

- a) Maria (Microsoft) – gratuita, pré-instalada com o *Windows*.
- b) Liane (Serpro) – gratuita, pré-instalada com o Dosvox.
- c) Letícia (F123) – gratuita, disponível no *site*
<https://superusuarios.com/download/voz-leticia-para-windows/>
- d) Raquel (ScanSoft/NextUp)
- e) Gabriela (Loquendo)
- f) Felipe (Loquendo)
- g) Ricardo (Ivona)
- h) Vitória (Ivona)
- i) *ViaVoice* – também chamado João (IBM)

Existem outras vozes, porém têm algumas restrições quanto ao uso geral, ou detalhes específicos que dificultam seu uso privativo.

Nota: estes sintetizadores e o SonoraMat estão disponíveis apenas para o ambiente Windows. Não há versões do SonoraMat para celular nem tablet no momento.

3 – Instalando e testando o servidor Smsserver do SonoraMat

O site do sistema SonoraMat é: <https://intervox.nce.ufrj.br/sonorammat>

Ali você buscará dois programas: o **SmServer** e o **MathReader**. O primeiro é o tradutor de fala para matemática. O segundo é um programa de teste para que você possa se habituar a escutar a fala com os diversos sintetizadores instalados em seu computador.

Programa SmServer.exe (Executável do Servidor SonoraMat)

Programa MathReader.exe (Executável do Programa *MathReader*)

Estes dois programas devem ser colocados na seguinte pasta do computador com Windows: **c:\winvox**

Depois, proceda da seguinte maneira:

- a) Execute o programa **SmServer**, apertando a tecla **Win** junto com a letra R (a tecla Win é aquela que tem um desenho de uma bandeira da Microsoft, geralmente a segunda tecla na linha inferior do teclado), digitando: **c:\winvox\smserver**

Se abrirá uma janela preta, onde o Smserver escreverá suas traduções. Esta janela pode ser minimizada.

- b) Execute o programa **MathReader** para aprender a escutar as expressões matemáticas através dos diversos sintetizadores, como descreveremos a seguir. Para isso, novamente aperte a tecla **Win** junto com a tecla R e digite: **c:\winvox\mathreader**

Nota: pode ser que apareça no Windows a seguinte mensagem:

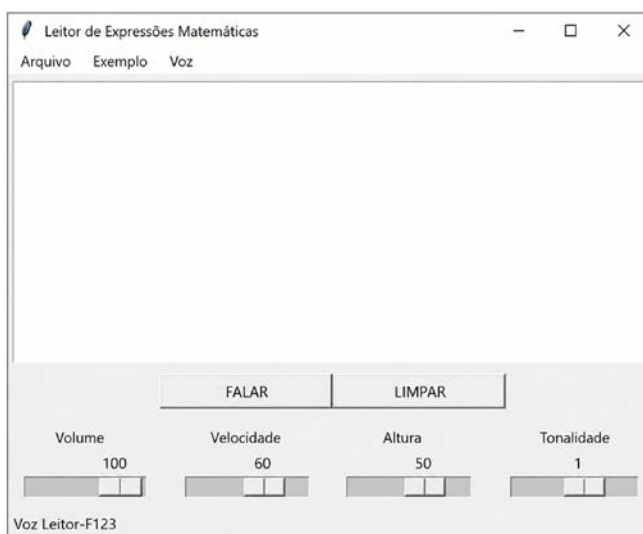
O Windows protegeu o computador

Neste caso, apenas clique em “mais informações” e em seguida “Executar assim mesmo” para liberar o uso.

4 – *Habitando-se a escutar matemática*

O MathReader abre uma tela preta e em seguida vem a seguinte aparência:

Figura 7.1 – Tela do MathReader



Fonte: Cópia de tela de programa.

Descrição da figura 7.1: Janela de um programa chamado “Leitor de Expressões Matemáticas”. Na parte superior há a barra de menu com as opções: “Arquivo”, “Exemplo” e “Voz”. A maior área central da janela está vazia, é um grande campo branco onde provavelmente as expressões seriam mostradas ou digitadas. Na faixa inferior existem dois botões grandes: à esquerda “FALAR” e à direita “LIMPAR”. Abaixo dos botões há quatro controles deslizantes, cada um com um rótulo: Volume: valor 100. Velocidade: valor 60. Altura: valor 50. Textualidade: valor 1. No canto inferior esquerdo aparece o texto “Voz: Leticia-F123”. Fim da descrição.

Proceda da seguinte forma:

- a) Escolha uma das vozes disponíveis em seu computador;
- b) Clique em exemplos, e escolha uma das expressões que estão listadas;

- c) Clique em falar;
- d) Escute e faça anotações sobre o que escutou.

Repita os procedimentos acima com outros exemplos e outras vozes. Descubra que nenhuma é perfeita, e que você terá que se adaptar a escutar as expressões, com suas limitações

O site do SonoraMat dá diversas dicas sobre como a tradução de matemática é executada, e como você pode ajustar, especialmente, a fala de funções e derivadas. Leia o site:

<http://intervox.nce.ufrj.br/sonoramat/manual.php>

Importante: Crie e teste também suas próprias expressões matemáticas, de acordo com aquilo que você considera comum em sua sala de aula.

Finalmente, escolha uma das vozes para usar com seus alunos, na sala de aula. Eventualmente, busque por “versões demo” gratuitas de outros sintetizadores de voz além dos que você tem instalados para ter mais opções.

Dica: Como trabalharemos em seguida com o Dosvox, faça testes mais apurados com a voz Liane, que estará sempre disponível para todos os seus alunos que utilizarem o Dosvox.

Desafios para uma leitura compreensível de textos no computador com SonoraMat

A matemática é uma linguagem universal usada para descrever conceitos, resolver problemas e comunicar ideias complexas. É uma área desafiadora para muitos e, por isso, a sua comunicação precisa ser clara o suficiente para tornar o conteúdo acessível, permitindo que um público mais diverso compreenda e se envolva com a proposta educacional. Isso é fundamentalmente importante na educação, pois alunos de diferentes níveis, habilidades ou deficiências precisam ter a possibilidade de acesso aos conceitos apresentados. A falta de clareza na comunicação de um conteúdo ou na leitura de um texto matemático pode desencorajar aqueles que já enfrentam muitos desafios por conta das suas limitações sensoriais.

Pensando nisso, percebemos que se torna condição *sine qua non* que os sintetizadores de voz façam a leitura de textos matemáticos com os seguintes enfoques:

- 1) Ler corretamente símbolos, operadores, estruturas e fórmulas.
- 2) Reduzir, ao máximo, as ambiguidades.

1 - A Sala de aula

Vamos supor, neste momento, que estamos numa sala de aula inclusiva e que o professor está apresentando um conteúdo relativo aos anos finais do Ensino Fundamental. Ele escreve no quadro a seguinte Fração Algébrica: $\frac{x^2-1}{x+1}$ e a lê, solicitando que os alunos a escrevam no caderno. A leitura que o professor faz é a seguinte:

“xis ao quadrado menos um, sobre xis mais um”.

Os alunos videntes compreendem perfeitamente o que foi dito, pois visualizaram o todo da fração algébrica que foi escrita no quadro.

Nesta turma, há um aluno cego incluído que utiliza um computador (o caderno dele) para escrever. Ele domina a escrita matemática usando o AsciiMath, optou por escrever no EDIVOX, ou no Intermat, e escreveu da seguinte maneira: `x^2-1/x+1`.

O aluno cego apresenta o que ele escreveu por meio da imagem produzida no navegador. O professor vê a seguinte imagem:

$$x^2 - \frac{1}{x} + 1$$

O professor diz ao aluno: *“Você errou! Você escreveu a expressão*

“xis ao quadrado, menos um sobre xis, mais um”.

Reparou que a vírgula mudou de lugar? Sei que parece uma brincadeira, mas as ambiguidades são mais frequentes do que você imagina!

Se fôssemos pedir para você escrever a seguinte sentença: ***raiz quadrada de xis menos dois***, como você escreveria?

Caso seja vidente, você teria dúvidas! As duas opções a seguir são perfeitamente atendidas pela sentença acima.

Opção 1: $\sqrt{x-2}$

Opção 2: $\sqrt{x}-2$

Por quê? Porque quando a sentença em linguagem matemática é apresentada num texto ou no quadro, o estudante vidente vê o todo, e o que é falado não traz dúvidas. No entanto, para o estudante cego, a forma que for apresentada não pode deixar dúvidas. É necessário que todos, professores e alunos, se esforcem para evitar as ambiguidades no texto matemático lido.

Partindo desse pressuposto, apresentamos a seguir como é feita a leitura de textos matemáticos pelo SonoraMat.

2 - O Sonorammat

Como já foi visto anteriormente, o SonoraMat, além de dar o tratamento convencional às porções textuais do documento, é uma ferramenta de elaboração de textos matemáticos, ainda em desenvolvimento no NCE/UFRJ. No entanto, tem-se obtido resultados positivos quando aplicados de forma adequada.

Apresentamos a maneira como o SonoraMat lê as sentenças matemáticas apresentadas anteriormente.

Sentença Matemática	AsciiMath	Leitura feita pelo SonoraMat
$\frac{x^2-1}{x+1}$	<code>`(x^2-1)/(x+1)`</code>	<i>a diferença xis ao quadrado menos um dividido por a soma xis mais um</i>
$x^2 - \frac{1}{x} + 1$	<code>`x^2-1/x+1`</code>	<i>xis ao quadrado menos um dividido por xis mais um</i>
$\sqrt{x-2}$	<code>`sqrt(x-2)`</code>	<i>raiz quadrada da diferença xis menos dois</i>
$\sqrt{x}-2$	<code>`sqrtx-2`</code>	<i>raiz quadrada de xis menos dois</i>

Conclusão

Diante do exposto, chegamos a duas relevantes conclusões. A primeira enfatiza a necessidade de uma reflexão mais profunda sobre a nossa prática pedagógica como docentes que atuam com alunos com necessidades especiais. Nós, educadores, nos vemos diante de oportunidades e desafios únicos. Somos instigados a adaptar a nossa abordagem, repensar nossas estratégias e buscar maneiras de atender às necessidades individuais dos estudantes, a fim de garantir que todos tenham igualdade de oportunidades.

A segunda é que podemos observar que o Sonorammat possui recursos avançados de interpretação de notação matemática, o que o torna uma ferramenta valiosa para estudantes e profissionais de matemática, pois oferece, de forma minimamente satisfatória, uma leitura compreensível de textos matemáticos para as pessoas com deficiência visual.

Exercícios

1. De acordo com o capítulo, qual foi a principal motivação que levou Peter Jipsen a criar o AsciiMath?

- A) A necessidade de desenvolver um software de geometria dinâmica para o ensino fundamental.
- B) A dificuldade de traduzir textos matemáticos para o português de forma acessível a deficientes visuais.
- C) A percepção da necessidade de uma forma mais acessível e versátil de escrever fórmulas matemáticas no computador, em contraste com as formas complexas existentes.
- D) O desejo de criar um novo formato de impressão tipográfica para editoras científicas.

2. No AsciiMath, qual é a função do caractere ``` (acento grave) delimitando uma expressão matemática?

- A) Indicar que a expressão deve ser renderizada como uma imagem bitmap.

- B) Servir como delimitador que informa ao sistema que o conteúdo entre eles deve ser interpretado como AsciiMath.
 - C) Representar o sinal de multiplicação em expressões algébricas.
 - D) Indicar que a expressão deve ser ignorada pelo sintetizador de voz.
-

3. O capítulo apresenta o SonoraMat como uma ferramenta desenvolvida no NCE/UFRJ. Qual é a principal função desse sistema?

- A) Renderizar equações matemáticas em formatos gráficos como JPEG e PNG.
 - B) Traduzir fórmulas matemáticas para uma forma textual falável em português, garantindo naturalidade e evitando ambiguidades.
 - C) Substituir completamente o uso de LaTeX na produção de documentos acadêmicos.
 - D) Converter textos em Braille matemático para impressão em papel.
-

4. No exemplo apresentado no capítulo, um aluno cego escreveu a expressão $x^2 - 1/x + 1$ no computador, mas o professor apontou que houve erro de interpretação. Qual foi a causa dessa ambiguidade apontada no texto?

- A) O aluno utilizou um sintetizador de voz incompatível com o SonoraMat.
 - B) O professor não visualizou corretamente a expressão gerada pelo navegador.
 - C) A escrita linear com AsciiMath pode gerar ambiguidades como neste caso que exigiria o uso de parênteses no numerador e denominador.
 - D) O SonoraMat não suporta a leitura de expressões com potências e divisões simultâneas.
-

Gabarito: 1 – C; 2 – B; 3 – B; 4 – C

Capítulo 8

Resolvendo um problema de Matemática no Dosvox – uma abordagem prática

Por que o Dosvox no ensino de Matemática?

O sistema Dosvox é uma boa opção para uso no ensino de Matemática, na medida em que ele traz integrado um conjunto de funcionalidades pré-instaladas que fazem com que o usuário tenha uma curva de aprendizado muito rápida.

A peça central do Dosvox no ensino de Matemática é seu editor de textos **Edivox**, que dá acesso direto ao **SonoraMat**, e produz textos com qualidade de impressão usando um navegador pré-instalado no Windows, o que permite, por exemplo, a impressão dos textos de matemática com qualidade e com muita rapidez.

O Dosvox também traz o sintetizador Liane, gratuito, que mesmo não tendo uma excelente qualidade sonora para leitura de textos literários, é muito bom para leitura de matemática, por sua clareza e simplicidade prosódica, que facilitam o entendimento para o aluno com pouca experiência.

Instalando o Dosvox

Caso você ainda não tenha o Dosvox, pode instalar a versão completa para Windows em seu computador, baixando-o no seguinte site:

<http://intervox.nce.ufrj.br/dosvox/download.htm>

Siga as instruções do site para instalar.

Por economia de espaço, você pode também escolher a opção **MiniMat**, que vem com poucos programas instalados, mas que é suficiente para este curso.

Nota: Você pode, eventualmente, instalar a versão MiniMat e depois instalar a versão completa.

Nota: Tendo o Dosvox sido instalado anteriormente, você deve certificar-se de que tenha a última versão do editor de textos (EDIVOX), que contempla o suporte de matemática. Para isso, no Dosvox, use a opção C A P para atualizar este editor de textos.

Entrando no editor Edivox e lendo matemática

Antes de entrar no Dosvox, ative o SmServer, como mostrado anteriormente (tecle **Win** junto com **R** e digite **c:\winvox\smserver.exe**)

Depois, entre no Dosvox com as teclas **control-alt-D**.

- a) Escolha no Dosvox a **opção E**, e digite o seguinte nome de arquivo:
testemat.txt

Nota: Se você nunca usou e quer aprender mais sobre como usar este editor, pode assistir a um filme no Youtube:

https://www.youtube.com/watch?v=At_RLQXuq9U

- b) Digite o seguinte texto no Edivox, não esquecendo do acento grave antes e depois da expressão matemática:

Este é meu primeiro teste de matemática

O resultado é $\sqrt{2}$

- c) Use as setas para ler o texto. Veja que nesta leitura ele falará $\sqrt{2}$.
- d) Acione o servidor de fala, apertando as teclas **ALT**
- e) Leia novamente estas frases e veja que será falado raiz quadrada de 2.

Nota: Aproveite para criar outras expressões matemáticas e testar seu funcionamento no Edivox antes de prosseguir.

Imprimindo o texto matemático criado

O texto criado pode ser facilmente visualizado e depois enviado para a impressora, através de um navegador de *internet*. Para isso:

- a) Crie um bloco que contenha o texto a imprimir. Para criar um bloco com todo texto, pressione **ctrl-B T** (ou seja, aperte a tecla *ctrl* junto com a tecla *B* e em seguida aperte *T*).
- b) Finalmente envie ao navegador, pressionando **ctrl-B N** (ou seja aperte a tecla *ctrl* junto com a tecla *B* e em seguida aperte *T*).

Se abrirá um navegador com o texto, que você pode imprimir com as teclas **ctrl-P**.

Para fechar o navegador, aperte **alt-F4**.

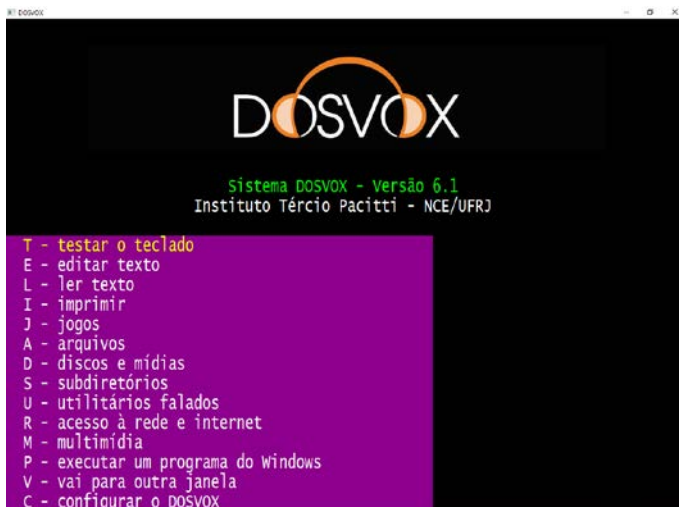
Resumindo:	ctrl-B T ctrl-B N
Para imprimir:	ctrl-P
Para fechar:	ALT-F4

Treine bastante. Em breve você conseguirá formatar textos matemáticos com muita simplicidade, mas para isso, por favor, espere os próximos capítulos.

Materializando o ensino de um certo conteúdo de Matemática

Nosso objetivo nesta atividade é apresentar, a partir de um problema de matemática relativo a um conteúdo dos anos finais do Ensino Fundamental, possibilidades de uma metodologia, utilizando recursos tecnológicos, para o atendimento do aluno cego incluído numa sala de aula regular ou de um aluno numa sala de recursos ou, até mesmo, de um estudante de uma escola especializada.

Figura 8.1 – Menu do Dosvox: opção E, editor de texto Edivox



Fonte: Cópia de tela de programa.

Descrição da figura 8.1: Tela do DOSVOX aberta em um ambiente do Windows. Na parte superior da janela, sobre o fundo preto, aparece a logo “DOSVOX” em letras brancas. Sobre as duas letras “O”, há um desenho laranja semelhante a um fone de ouvido, com um arco na parte superior e duas formas semicirculares nas laterais. Abaixo da logo, aparece o texto “Sistema DOSVOX – Versão 6.1” em verde e, logo abaixo, “Instituto Tércio Pacitti – NCE/UFRJ”, em letras brancas. A área principal do programa está em fundo roxo com texto branco, em formato de menu vertical, assim: t – testar o teclado. e – editar texto. l – ler texto. m – imprimir. a – arquivos. d – discos. j – jogos. u – utilitários falados. r – acesso à rede e internet. m – multimídia. x – executar um programa do windows. s – subdiretórios. v – vai para outra janela. c – configura o DOSVOX. Fim da descrição.

Partiremos de uma situação ideal (infelizmente sabemos que essa não é a realidade da grande maioria das escolas no Brasil). Consideraremos que há um computador disponível para o aluno e que ele já está familiarizado com o teclado e com os programas de acessibilidade que serão utilizados. Consideraremos, também, que o estudante já se apropriou dos símbolos matemáticos do AsciiMath que serão utilizados. Vamos lá!

Apresentando o problema

Vamos supor que a intenção do(a) professor(a) seja trabalhar com o conteúdo “Problemas do 1º grau”. E o que são “Problemas do 1º grau”? São

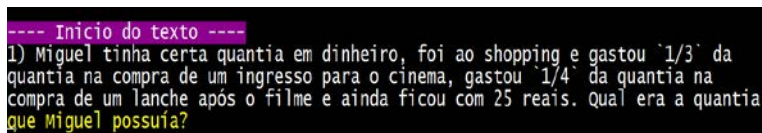
problemas que exigem, para se encontrar a solução, uma boa interpretação, o registro adequado do texto em linguagem matemática, que resultará em uma equação do 1º grau, bem como a manipulação correta desta para se encontrar a solução.

Apresentamos, então, um possível problema:

1) Miguel tinha certa quantia em dinheiro, foi ao shopping e gastou $\frac{1}{3}$ da quantia inicial na compra de um ingresso para o cinema, gastou $\frac{1}{4}$ da quantia inicial na compra de um lanche após o filme e ainda ficou com R\$25,00. Qual era a quantia que Miguel possuía?

Utilizando o DOSVOX, o(a) professor(a) pode ditar o problema para o aluno digitar ou, melhor que isso, pode disponibilizar o texto para que o aluno o copie e cole. Apresentaremos nos próximos exemplos, a foto da tela e a sua transcrição para leitura mais simples por um leitor de telas.

Figura 8.2 – Foto da tela com a digitação do problema



```
---- Início do texto ----  
1) Miguel tinha certa quantia em dinheiro, foi ao shopping e gastou '\1/3' da  
quantia na compra de um ingresso para o cinema, gastou '\1/4' da quantia na  
compra de um lanche após o filme e ainda ficou com 25 reais. Qual era a quantia  
que Miguel possuía?
```

Fonte: Cópia de tela de programa.

Descrição da figura 8.2: Imagem de parte da tela com uma edição de textos. "---- Início do texto ----. 1) Miguel tinha certa quantia, foi ao shopping e gastou $\frac{1}{3}$ da quantia na compra de um ingresso para o cinema, gastou $\frac{1}{4}$ da quantia na compra de um lanche após o filme e ainda ficou com R\$ 25,00. Qual era a quantia que Miguel possuía?". Fim da descrição.

1) Miguel tinha certa quantia, foi ao shopping e gastou $\frac{1}{3}$ da quantia na compra de um ingresso para o cinema, gastou $\frac{1}{4}$ da quantia na compra de um lanche após o filme e ainda ficou com R\$ 25,00. Qual era a quantia que Miguel possuía?

Observe que, nesse momento, é fundamental que a leitura do texto matemático já esteja funcionando e que a escrita no AsciiMath já seja aplicada. As frações já devem ser escritas entres acentos graves e o SO-NORAMAT acionado (**Alt+h**). Para uma boa interpretação do problema, uma leitura adequada do texto faz-se necessária.

O que se espera do estudante a partir de então? Que ele registre de forma organizada as informações do problema, transformando-as em linguagem matemática, até que, de forma lógica, uma equação seja montada.

Para a organização da equação, é de extrema importância que o estudante perceba que a quantia total que Miguel possuía é a soma: o que ele gastou com o lanche, o que ele gastou com o ingresso e o que lhe sobrou. Assim esperamos que o aluno consiga montar uma equação que lhe dê a possibilidade de encontrar a solução. Uma delas está representada a seguir.

Figura 8.3 – Organizando os dados do problema e primeiros passos

```
---- Início do texto ----  
1) Miguel tinha certa quantia em dinheiro, foi ao shopping e gastou '1/3' da  
quantia na compra de um ingresso para o cinema, gastou '1/4' da quantia na  
compra de um lanche após o filme e ainda ficou com 25 reais. Qual era a quantia  
que Miguel possuía?  
  
Quantia: x  
Um terço da quantia: '1/3x'  
Um quarto da quantia: '1/4x'  
  
'x=1/3x+1/4x+25'
```

Fonte: Cópia de tela de programa.

Descrição da figura 8.3: Tela de um programa em modo texto, com fundo preto. Transcrição do texto: ---- Início do texto ----. 1) Miguel tinha certa quantia em dinheiro, foi ao shopping e gastou 1/3 da quantia na compra de um ingresso para o cinema, gastou 1/4 da quantia na compra de um lanche após o filme e ainda ficou com 25 reais. Qual era a quantia que Miguel possuía? Quantia: x. Um terço da quantia: 1/3x. Um quarto da quantia: 1/4x. $x=1/3x+1/4x+25$. Fim da descrição.

1) Miguel tinha certa quantia, foi ao shopping e gastou 1/3 da quantia na compra de um ingresso para o cinema, gastou 1/4 da quantia na compra de um lanche após o filme e ainda ficou com R\$ 25,00. Qual era a quantia que Miguel possuía?

Quantia: x

Um terço da quantia: $\frac{1}{3}x$

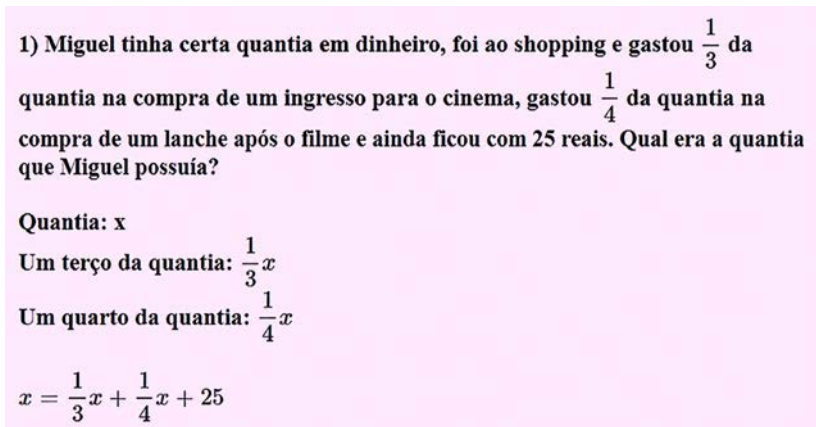
Um quarto da quantia: $\frac{1}{4}x$

$x = \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + 25$

Reproduziremos aqui, de forma fiel, como o sintetizador de voz lê a equação escrita: “x igual a um terço de x mais um quarto de x mais vinte e cinco”.

É possível verificar pelo próprio DOSVOX se o que está sendo escrito em AsciiMath no EDIVOX está correto. Basta selecionar o texto (**Ctrl + b + t**) e em seguida pedir para visualizar no navegador (**Ctrl + b + n**). Segue a imagem produzida no navegador.

Figura 8.4 – Listagem do que foi digitado em AsciiMath



1) Miguel tinha certa quantia em dinheiro, foi ao shopping e gastou $\frac{1}{3}$ da quantia na compra de um ingresso para o cinema, gastou $\frac{1}{4}$ da quantia na compra de um lanche após o filme e ainda ficou com 25 reais. Qual era a quantia que Miguel possuía?

Quantia: x

Um terço da quantia: $\frac{1}{3}x$

Um quarto da quantia: $\frac{1}{4}x$

$$x = \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + 25$$

Fonte: Cópia de listagem produzida por programa.

Descrição da figura 8.4: Enunciado em texto: 1) Miguel tinha certa quantia em dinheiro, foi ao shopping e gastou $\frac{1}{3}$ da quantia na compra de um ingresso para o cinema, gastou $\frac{1}{4}$ da quantia na compra de um lanche após o filme e ainda ficou com 25 reais. Qual era a quantia que Miguel possuía? Quantia: x. Um terço da quantia: $\frac{1}{3}x$. Um quarto da quantia: $\frac{1}{4}x$. $x = \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + 25$. Fim da descrição.

Nota: Não importa se, neste primeiro momento, o distanciamento entre as linhas está irregular na visualização da listagem da impressora. A questão do embelezamento será aprendida ao longo do tempo, com a ajuda do professor e dos colegas.

O que mais importa é a solução da equação por parte do aluno. A partir deste ponto, basta que ele utilize técnicas apreendidas para a resolução de uma equação e registre usando os símbolos do AsciiMath. Segue, então, a solução da equação.

Figura 8.5 – Aluno utilizando AsciiMath na resolução do problema

```
Vamos multiplicar a equação pelo mmc de 3 e 4. Temos que `mmc=12`.  
`12*x=12*1/3x+12*1/4x+12*25`  
`12*x=4x+3x+300`  
`12*x-4x-3x=300`  
`5x=300`  
`x=60`  
Resposta: Miguel possuía 60 reais.
```

Fonte: Cópia de tela de programa.

Descrição da figura 8.5: Tela de editor de textos exibindo: Vamos multiplicar a equação pelo mmc de 3 e 4. Temos que `mmc=12`. $12*x=12*1/3x+12*1/4x+12*25$; $12x=4x+3x+300$; $12x-4x-3x=300$; $5x=300$; $x=300/5$; $x=60$. Resposta: Miguel possuía 60 reais. Fim da descrição.

$$x = \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + 25$$

Vamos eliminar estas frações, multiplicando cada termo pelo mesmo valor.

Temos os denominadores 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ e 1

Escolhemos para multiplicar o valor 12 que é o mmc de 1, 3, 4 e 1.

Depois de multiplicar, temos:

$$12x = 4x + 3x + 300$$

Passamos o que tem x para a esquerda trocando o sinal

$$12x - 4x - 3x = 300$$

$$5x = 300$$

$$x = 300 / 5$$

$$x = 60$$

Resposta: Miguel possuía 60 reais

Podemos visualizar agora no navegador todas as etapas juntas da solução deste problema usando o DOSVOX e escrevendo em AsciiMath. Novamente, para visualizar no navegador, selecione o texto com **Ctrl + b + t** e, em seguida, visualize no navegador com **Ctrl + b + n**.

Figura 8.6 – Listagem do que foi digitado pelo aluno

1) Miguel tinha certa quantia em dinheiro, foi ao shopping e gastou $\frac{1}{3}$ da quantia na compra de um ingresso para o cinema, gastou $\frac{1}{4}$ da quantia na compra de um lanche após o filme e ainda ficou com 25 reais. Qual era a quantia que Miguel possuía?

Quantia: x

Um terço da quantia: $\frac{1}{3}x$

Um quarto da quantia: $\frac{1}{4}x$

$$x = \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + 25$$

Vamos multiplicar a equação pelo mmc de 3 e 4. Temos que $mmc = 12$.

$$12 \cdot x = 12 \cdot \frac{1}{3}x + 12 \cdot \frac{1}{4}x + 12 \cdot 25$$

$$12x = 4x + 3x + 300$$

$$12x - 4x - 3x = 300$$

$$5x = 300$$

$$x = \frac{300}{5}$$

$$x = 60$$

Resposta: Miguel possuía 60 reais.

Fonte: Cópia de listagem de programa

Descrição da figura 8.6: Transcrição final do enunciado do problema e sua solução. 1) Miguel tinha certa quantia em dinheiro, foi ao shopping e gastou $\frac{1}{3}$ da quantia na compra de um ingresso para o cinema, gastou $\frac{1}{4}$ da quantia na compra de um lanche após o filme e ainda ficou com 25 reais. Qual era a quantia que Miguel possuía? Resolução apresentada: Quantia: x . Um terço da quantia: $\frac{1}{3}x$. Um quarto da quantia: $\frac{1}{4}x$. $x = \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + 25$. Vamos multiplicar a equação pelo mmc de 3 e 4. Temos que $mmc = 12$. $12 \cdot x = 12 \cdot \frac{1}{3}x + 12 \cdot \frac{1}{4}x + 12 \cdot 25$; $12x = 4x + 3x + 300$; $12x = 7x + 300$; $5x = 300$; $x = 300/5$; $x = 60$. Resposta: Miguel possuía 60 reais. Fim da descrição.

Por fim, o aluno pode (acreditamos que ele deva nos primeiros problemas resolvidos) verificar se a solução encontrada realmente satisfaz as condições do problema.

Por exemplo, verificar se quanto Miguel gastou com a entrada para o cinema e quanto gastou no lanche, supondo $x=60$. E depois subtrair para confirmar se realmente sobram 25 reais.

A resolução de problemas de equação de primeiro grau é uma habilidade fundamental na matemática. Para enfrentar esses desafios com sucesso, é essencial que o aluno mantenha a organização e clareza ao escrever as equações e seus passos de resolução.

O uso do AsciiMath pode ser uma ferramenta valiosa nesse processo, pois permite a representação matemática de forma legível e estruturada, tornando a solução mais compreensível para o estudante e para outras pessoas que possam revisar ou corrigir o trabalho.

Exercícios

1) Qual foi a linguagem desenvolvida por Donald Knuth na década de 1970, que possibilitou a escrita matemática no computador de forma eficiente?

- A) MathML
- B) LaTeX
- C) AsciiMath
- D) Microsoft Word
- E) Tex

2) Indique a afirmação CORRETA:

- a) O LaTeX foi criado para imprimir fórmulas em impressoras pessoais, já que antes se desenhava com caneta as fórmulas no texto impresso
- b) MathML é uma biblioteca em JavaScript para exibir notações matemáticas na web
- c) O processador de texto Microsoft Word tem embutido o LaTeX para a construção de expressões matemáticas
- d) Geogebra é mais uma ferramenta, desenvolvida em XML, para construção de documentos com equações matemáticas.
- e) MathJax é uma biblioteca em JavaScript para mostrar equações matemáticas na web

3) Qual é a representação correta da operação de multiplicação usando o AsciiMath?

- a) 2.3
 - b) 2+3
 - c) 2xx3
 - d) 2x3
 - e) 2/3
-

3) Qual é a representação correta da fração um terço usando o AsciiMath?

- a) 1/3
 - b) 1 3
 - c) 1:3
 - d) 1*3
 - e) 1::3\
-

4) Quais das vozes a seguir são vozes adequadas para uso em síntese de voz em português brasileiro?

- a) Letícia e Liane
 - b) Antonio e Renato
 - c) Júlia e Gabriela
 - d) Felipe e Lucia
 - e) Roberto e Vitória
-

5) Para que serve o comando ALT-H no Edivox?

- a) Ativar o Smsserver
- b) Ativar o Dosvox em modo remoto
- c) Chamar o navegador para imprimir um texto matemático
- d) Chamar o Help (ajuda) do Edivox

e) Imprimir um texto matemático na impressora

Gabarito: 1 – e; 2 – e; 3 – c; 4 – a; 5 – a

Capítulo 9

Ensinando o estudante a resolver problemas de Matemática

Consolidação do conhecimento teórico e desenvolvimento de estratégias

A matemática é uma disciplina que desempenha um papel crucial na educação e no desenvolvimento cognitivo de estudantes em todo o mundo. No entanto, a aprendizagem bem-sucedida da matemática não se resume apenas a memorizar fórmulas e resolver problemas. Ela envolve a compreensão dos princípios fundamentais, a aquisição de habilidades de leitura e interpretação de textos matemáticos, a capacidade de expressar pensamentos de forma organizada por meio da linguagem matemática e, por fim, a capacidade de resolver problemas de forma autônoma.

Isso se aplica a todas as pessoas, incluindo aquelas que são deficientes visuais. Porém neste caso, é preciso maior atenção por parte do professor e adaptação das atividades para que o aluno domine cada um desses princípios.

1 - É preciso o conhecimento prévio dos símbolos matemáticos!

A matemática é uma linguagem simbólica. O processo de aprendizagem da matemática começa com a compreensão dos símbolos matemáticos básicos e suas aplicações. Esses símbolos são a base da linguagem matemática e são essenciais para a compreensão de conceitos matemáticos mais avançados. Um dos impedimentos para um desenvolvimento satisfatório por parte dos estudantes está na falta de apropriação dos

símbolos matemáticos e/ou na compreensão parcial ou equivocada destes símbolos, levando a erros conceituais.

Podemos ilustrar esta questão dos erros conceituais imaginando as seguintes situações: A matemática é uma linguagem simbólica. O processo de aprendizagem da matemática começa com a compreensão dos símbolos matemáticos básicos e suas aplicações. Esses símbolos são a base da linguagem matemática e são essenciais para a compreensão de conceitos matemáticos mais avançados. Um dos impedimentos para um desenvolvimento satisfatório por parte dos estudantes está na falta de apropriação dos símbolos matemáticos e/ou na compreensão parcial ou equivocada destes símbolos, o que pode levá-los a erros conceituais.

Podemos ilustrar esta questão dos erros conceituais imaginando as seguintes situações:

- a) o aluno aprende a somar frações com um mesmo denominador, então acredita que, ao somar frações com denominadores diferentes, basta adicionar os numeradores e manter o denominador inalterado.
- b) o aluno aprende na sua aula de informática que o sinal asterisco (*) é usado para indicar uma multiplicação. Então ele usa erroneamente este mesmo símbolo na aula de matemática.

A interpretação equivocada dos símbolos utilizados pode ser oriunda das dificuldades em adaptar-se a diferentes notações matemáticas, quando usadas em diferentes contextos, ou, até mesmo, da falta de familiaridade com os símbolos. Ter um domínio sólido dessas representações matemáticas é fundamental para a progressão dos alunos. Sem esse conhecimento prévio, ou com a incerteza sobre o contexto utilizado numa determinada situação, certamente os estudantes enfrentarão barreiras na leitura dos textos e sua compreensão ficará comprometida.

Para isso, precisamos apresentar cada símbolo novo, fazendo associações com conceitos já adquiridos e, juntamente com nossos alunos, estimular seu uso e seu registro.

Esses símbolos, junto com os aplicativos que eram capazes de transformar o texto digitado numa página gráfica em papel, com grande qualidade e precisão, tiveram um impacto significativo na escrita matemática, oferecendo controle preciso sobre a aparência das equações e se tornando amplamente adotadas na comunidade acadêmica.

Figura 9.1 – Você saberia dar nome a cada um dos símbolos desta figura?



Fonte: Gerado por Gemini.

Descrição da figura 9.1: Conjunto de símbolos matemáticos em cinco colunas por cinco linhas, todos em traço cinza escuro sobre fundo branco. Linha 1 da esquerda para a direita: diferente de; contido em ou igual a; idêntico a (três barras horizontais); letra i minúscula; seta apontando para a direita. Linha 2: aproximadamente igual; asterisco sinal de porcentagem; acento circunflexo; símbolo de infinito. Linha 3: soma (sigma maiúsculo); interseção; pi; integral; pertence a. Linha 4: existe; triângulo; símbolo de conjunto vazio riscado em diagonal; igual idêntico com duas barras verticais; ponto de exclamação. Linha 5: 3 espelhado para a esquerda; delta; símbolo de moeda parecido com libra riscado; duas barras verticais; mais ou menos. Fim da descrição.

2 - Precisamos desenvolver a habilidade de ler e compreender o texto escrito

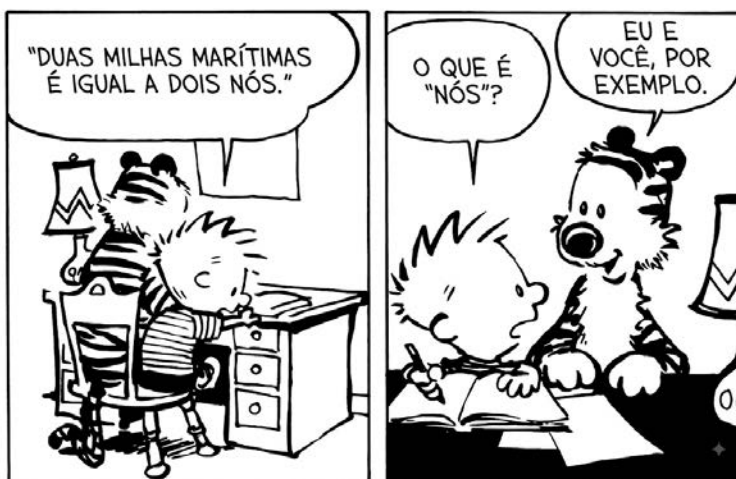
Uma vez que os estudantes possuam uma base sólida de conhecimentos prévios e dos símbolos matemáticos, o próximo passo é o desenvolvimento da habilidade de ler e compreender os mais variados problemas. Isso envolve a capacidade de interpretar **enunciados de problemas, definições, fórmulas matemáticas, teoremas** etc.

Alguns aspectos-chave desse processo incluem:

- **Compreensão do Vocabulário Matemático:** A matemática tem seu próprio vocabulário, e os estudantes precisam aprender o **significado preciso** dos termos matemáticos.
- **Identificação das Informações Relevantes:** Ao ler um problema matemático, os estudantes precisam ser capazes de identificar as informações relevantes e **entender o que está sendo pedido**. Isso requer a capacidade de analisar um problema e extrair as informações-chave.
- **Estabelecimento de Conexões:** A matemática é uma disciplina altamente conectada, onde os conceitos se relacionam entre si. Os estudantes devem ser capazes de **identificar as conexões entre conceitos** para resolver problemas de maneira eficaz

O desenvolvimento dessa habilidade de leitura e compreensão é um processo contínuo que ocorre ao longo de toda a jornada de aprendizagem matemática.

Figura 9.2 – Leitura e compreensão com conceitos errados



Fonte: <https://br.pinterest.com/pin/283375001529879588/>

Descrição da figura 9.2: Um quadrinho em preto e branco com Calvin e Haroldo em duas cenas. Primeiro quadro: Calvin está sentado à mesa escrevendo, com Haroldo

atrás dele. No balão de fala de Calvin está escrito: “DUAS MILHAS MARÍTIMAS É IGUAL A DOIS NÓS.” Segundo quadro: Calvin vira para Haroldo e pergunta: “O QUE É ‘NÓS’?” Haroldo responde: “EU E VOCÊ, POR EXEMPLO.”. Fim da descrição.

3 - Precisamos saber como registrar de forma organizada, usando a linguagem matemática

O registro organizado, utilizando a linguagem matemática, de um determinado problema, ajuda os alunos a expressarem suas soluções e raciocínio de maneira clara e lógica. Isso facilita a compreensão, tanto para o próprio aluno quanto para outras pessoas que possam revisar o trabalho, como professores ou colegas. Isso permite que eles identifiquem erros, pontos fortes e áreas de melhoria, fornecendo *feedback* construtivo para o desenvolvimento contínuo.

Na matemática, a resolução de problemas é uma habilidade fundamental. Registrar o processo de resolução, passo a passo, ajuda os alunos a entenderem sua própria abordagem e a melhorar a forma como enfrentam desafios matemáticos. Além disso, eles podem usar suas próprias anotações como referência ao enfrentar problemas semelhantes no futuro. Isso é especialmente importante quando estão aprendendo conceitos mais avançados que dependem de conhecimentos anteriores.

Em situações nas quais os alunos precisam comunicar seus resultados ou ideias matemáticas a outras pessoas, como apresentações ou relatórios, o uso da linguagem matemática, de forma organizada, passa a ser essencial para uma comunicação eficaz.

A organização pode ajudar a reduzir erros em cálculos e raciocínio matemático, uma vez que os alunos são incentivados a serem mais criteriosos em seus trabalhos. Com isso, ao observar o seu próprio progresso ao longo do tempo, alunos podem ter a confiança em suas habilidades matemáticas aumentada, o que é fundamental para o sucesso na disciplina.

4 - Finalmente: desenvolver a capacidade de resolver problemas de forma autônoma

A aprendizagem da matemática é um processo fascinante que, quando bem orientado, capacita os alunos a resolverem problemas de for-

ma autônoma. A matemática não é apenas um conjunto de fórmulas e números; é uma linguagem universal que permite aos indivíduos **compreender o mundo ao seu redor, analisar situações complexas e tomar decisões informadas**.

A resolução autônoma de problemas matemáticos desempenha um papel fundamental nesse processo de aprendizado.

A base de qualquer aprendizado matemático é a compreensão sólida dos conceitos fundamentais. Os alunos precisam acreditar que **são capazes de enfrentar desafios matemáticos**. A confiança é um fator crítico na resolução autônoma de problemas matemáticos e um grande diferencial é a compreensão de que a matemática é uma habilidade que pode ser desenvolvida.

Sabendo que a matemática não é uma disciplina passiva, os alunos precisam estar ativamente envolvidos na resolução de problemas, buscando soluções de forma independente, muitas vezes por meio da **experimentação, tentativa e erro**.

O processo de aprendizado da matemática com foco na resolução autônoma de problemas não trata apenas de encontrar respostas corretas, mas de **desenvolver habilidades de pensamento crítico, raciocínio lógico e resiliência**. Os alunos que, com confiança, resolvem problemas matemáticos de forma autônoma estão bem equipados para enfrentar uma variedade de situações

Consolidando as ideias

Neste capítulo apresentamos alguns fundamentos necessários para um pleno desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos por parte de um estudante. Observamos que a apropriação dos símbolos matemáticos, a capacidade de ler e interpretar de forma correta um problema e a habilidade de registrar usando a linguagem matemática de forma organizada, amplia consideravelmente as potencialidades do estudante, favorecendo sua autonomia na resolução de problemas.

Exercícios

1. De acordo com o capítulo, qual é um dos principais impedimentos para o desenvolvimento satisfatório dos estudantes em matemática?

- A) A falta de calculadoras gráficas disponíveis na sala de aula.
 - B) A ausência de tecnologia assistiva como o SonoraMat.
 - C) A falta de apropriação dos símbolos matemáticos ou a compreensão parcial ou equivocada deles.
 - D) O excesso de exercícios repetitivos que desestimulam o aluno.
-

2. O capítulo apresenta quatro etapas fundamentais para a consolidação do conhecimento matemático. Qual das alternativas abaixo representa a sequência lógica dessas etapas, conforme o texto?

- A) Resolver problemas autonomamente → aprender os símbolos → registrar organizadamente → ler e compreender textos.
 - B) Aprender os símbolos → ler e compreender textos → registrar organizadamente → resolver problemas autonomamente.
 - C) Ler e compreender textos → resolver problemas autonomamente → aprender os símbolos → registrar organizadamente.
 - D) Registrar organizadamente → aprender os símbolos → resolver problemas autonomamente → ler e compreender textos.
-

3. Segundo o capítulo, qual é a importância do registro organizado usando a linguagem matemática?

- A) Substituir a necessidade de compreensão dos símbolos matemáticos básicos.
- B) Permitir que os alunos decorem fórmulas sem precisar entendê-las.
- C) Ajudar os alunos a expressarem suas soluções e raciocínio de forma clara e lógica, facilitando a identificação de erros e o *feedback*.
- D) Tornar desnecessária a leitura de enunciados de problemas matemáticos.

4. O capítulo afirma que a resolução autônoma de problemas matemáticos não trata apenas de encontrar respostas corretas. Qual é o aspecto mais importante desse processo, segundo o texto?

- A) Desenvolver habilidades de pensamento crítico, raciocínio lógico e resiliência.
- B) Memorizar todas as fórmulas matemáticas existentes.
- C) Utilizar exclusivamente calculadoras e softwares para obter respostas rápidas.
- D) Evitar a experimentação e a tentativa e erro para não desperdiçar tempo.

Gabarito: 1- C; 2 – B; 3 – C; 4 – A

Capítulo 10

Ampliando a escrita matemática básica usando AsciiMath

A Matemática tem muitos símbolos e AsciiMath também – mas não precisamos conhecer todos

À medida que os estudantes avançam nos anos finais do Ensino Fundamental, a matemática se torna progressivamente mais complexa e abrangente. A ampliação do uso de símbolos matemáticos desempenha um papel crucial nessa transição, permitindo que os alunos abordem problemas mais desafiadores e explorem conceitos matemáticos mais avançados.

Enquanto nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o foco está em estabelecer uma compreensão básica dos números e das operações fundamentais, nos anos finais, os estudantes são introduzidos a uma variedade de símbolos matemáticos adicionais que expandem suas habilidades de resolução de problemas e os preparam para conceitos matemáticos mais avançados do Ensino Médio e além. Nessa fase, os alunos começam a trabalhar com notações mais elaboradas, variáveis, operações de álgebra e geometria, preparando o terreno para uma compreensão mais profunda e abstrata da matemática.

1 - Letras gregas

As letras gregas são amplamente utilizadas na escrita matemática para representar constantes, variáveis e parâmetros em fórmulas e equações. Elas oferecem uma notação conveniente e são comuns em áreas como álgebra, cálculo, estatística e física. Vejamos algumas dessas letras usando o AsciiMath.

`alpha`	α	`kappa`	κ	`phi`	Φ
`beta`	β	`lambda`	λ	`omega`	ω
`gamma`	γ	`pi`	π	`Delta`	Δ
`delta`	δ	`rho`	ρ	`Pi`	Π
`epsilon`	ϵ	`sigma`	σ	`Omega`	Ω
`theta`	θ	`tau`	τ		

Nota: Observe que para representarmos as letras gregas maiúsculas basta iniciarmos cada comando com letra maiúscula.

2 - Potências, raízes e índices inferiores

A potenciação e a radiciação são conceitos matemáticos essenciais porque permitem a representação de números elevados a diferentes expoentes e o cálculo de raízes. Essas operações são amplamente usadas na matemática e nas ciências para modelar fenômenos naturais, resolver equações, calcular áreas, volumes e muito mais.

Potenciação

`3^2`	3^2
`1/2^3`	$\frac{1}{2^3}$
`(2/5)^2`	$\left(\frac{2}{5}\right)^2$
`(alpha/y)^(n+1)`	$\left(\frac{\alpha}{y}\right)^{n+1}$
`2^(n-1)`	2^{n-1}

O uso adequado de parênteses no AsciiMath é essencial para evitar ambiguidades e garantir que as expressões matemáticas sejam interpretadas corretamente. Observe as duas expressões a seguir: 1) 2^{n-1} e 2) $2^{n(n-1)}$. Para diferenciá-las, precisamos usar os parênteses.

`2^n-1`	$2^n - 1$
`2^(n-1)`	2^{n-1}

Índice inferior

<code>`a_1`</code>	a_1
<code>`m_a = (n_1 + n_2)/2`</code>	$m_a = \frac{n_1 + n_2}{2}$

Raízes

<code>`sqrt2`</code>	$\sqrt{2}$
<code>`sqrtx+1`</code>	$\sqrt{x} + 1$
<code>`sqrt(x+1)`</code>	$\sqrt{x + 1}$
<code>`sqrt(sqrt16)`</code>	$\sqrt{\sqrt{16}}$
<code>`sqrt((y-2)^3)`</code>	$\sqrt{(y - 2)^3}$
<code>`root(3)27`</code>	$\sqrt[3]{27}$
<code>`root(5)((u+v)^4)`</code>	$\sqrt[5]{(u + v)^4}$

Observe que em alguns casos foi necessária a utilização de mais parênteses.

3 - Frações algébricas

O uso de parênteses na escrita matemática com o AsciiMath é particularmente crucial ao lidar com frações algébricas ou fórmulas para garantir que a ordem das operações seja interpretada corretamente. Seguem alguns exemplos:

<code>`(x^2-1)/(x^2+1)`</code>	$\frac{x^2-1}{x^2+1}$
<code>`((a+b)/(c+d))/(x+y)`</code>	$\frac{\frac{a+b}{c+d}}{x+y}$
<code>`(sqrt(x+y))/root(3)(y^2-1)`</code>	$\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt[3]{y^2-1}}$

4 – Algumas fórmulas

As possibilidades aqui são infinitas: mostramos 3 casos muito comuns no final do ensino fundamental:

Teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$	Teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$
Fórmula de Bhaskara: $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ onde $\Delta = b^2 - 4ac$	Fórmula de Bhaskara: $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ onde $\Delta = b^2 - 4ac$
Produtos Notáveis: $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$	Produtos Notáveis: $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

5 - Sistemas de equações

Outro assunto abordado nos anos finais do Ensino Fundamental são os “Sistemas de Equações”. Vejamos como podemos escrever um sistema usando o AsciiMath:

$\{(x, y, 5), (x, y, 1)\}$	$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$
$\{(x^2 + 2y^2, 18), (x, y, -3)\}$	$\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 18 \\ x - y = -3 \end{cases}$

Nota: Repare o uso da vírgula na representação das equações do sistema, para que as variáveis e sinais fiquem todos alinhados.

5 - Outras representações

Apresentaremos, a seguir, alguns símbolos importantes que aparecem no contexto matemático nos anos finais do Ensino Fundamental.

- Conjuntos numéricos

Naturais: `NN`	Naturais: $\mathbb{N}$
Inteiros: `ZZ`	Inteiros: $\mathbb{Z}$
Racionais: `QQ`	Racionais: $\mathbb{Q}$
Reais: `RR`	Reais: $\mathbb{R}$

- Geometria

Semirreta: `vec(AB)`	$\overrightarrow{AB}$
Segmento de reta: `bar(AB)`	$\overline{AB}$
Ângulo: `hatAOB`	$\widehat{AOB}$

- Módulo

`abs x`	$ x $
`abs(x^2 - 4)`	$ x^2 - 4 $
`abs(abs(x - 1) + 3)`	$ x - 1 + 3 $

Agora é com você!

Acesse o site <http://intervox.nce.ufrj.br/digimat/> e faça alguns testes para se apropriar dos conceitos abordados nesta aula.

Exercícios

1) Qual é a importância de desenvolver a capacidade de resolver problemas de forma autônoma na aprendizagem matemática?

A) Resolver problemas de forma autônoma é menos eficaz do que depender dos professores.

B) Resolver problemas de forma autônoma não é relevante na matemática.

C) A resolução autônoma de problemas desenvolve habilidades de pensamento crítico e raciocínio lógico.

D) Alunos autônomos não precisam de confiança em suas habilidades matemáticas.

E) A resolução autônoma de problemas não é uma habilidade valiosa na matemática.

2) Qual é uma estratégia eficaz para o ensino de matemática a alunos cegos, visando tornar o aprendizado mais acessível e inclusivo?

a) Enfatizar o uso exclusivo de material tátil, como régua e compassos em todas as atividades de matemática.

b) Não utilizar gráficos ou diagramas, pois podem ser difíceis de acessar para alunos cegos.

c) Incorporar sistemas de leitura de tela e programas de matemática acessíveis, como o Braille matemático ou o AsciiMath.

d) Ignorar a geometria e o ensino de figuras, pois eles não são relevantes para alunos cegos.

e) Focar apenas em cálculos mentais e problemas verbais, evitando problemas que envolvam representações visuais.

3) Qual é o principal objetivo da metodologia apresentada no texto?

a) Ensinar a utilização de programas de acessibilidade.

b) Apresentar problemas matemáticos complexos.

c) Favorecer a autonomia do estudante na resolução de problemas.

d) Incentivar o uso de tecnologia na sala de aula.

e) Ensinar o uso do Edivox.

4) Qual é a notação correta da fração algébrica "x ao quadrado dividido pela soma de x e 3" utilizando o AsciiMath?

a) $x^2/x+3$

b) $x/x+3$

c) $\text{\`{x}^2}/x+3\text{\`{}}$

d) $\text{\`{x}^2}/(x+3)\text{\`{}}$

e) $\text{\`{x}+3 /x^2\text{\`{}}$

5) Qual é a notação correta para representar a união de dois conjuntos, A e B, usando o AsciiMath?

a) $\text{\`{A n B\text{\`{}}}}$

b) $\text{\`{A nn B\text{\`{}}}}$

c) $\text{\`{A - B\text{\`{}}}}$

d) $\text{\`{A u B\text{\`{}}}}$

e) $\text{\`{A uu B\text{\`{}}}}$

6) Qual é a notação correta em AsciiMath para representar o limite de uma função $f(x)$ quando x se aproxima de um valor c ?

a) $\text{\`{lim}(x->c) f(x)\text{\`{}}$

b) $\text{\`{lim}_ (x->c) f(x)\text{\`{}}$

c) $\text{\`{f(x) -> c\text{\`{}}}}$

d) $\text{\`{\Delta x -> c oo f(x)\text{\`{}}}}$

e) $\text{\`{x -> c, f(x)\text{\`{}}}}$

Gabarito: 1 – c; 2 – c; 3 – c; 4 – d; 5 – e; 6 – b

Capítulo 11

Editando textos matemáticos com InterMat

O que é o InterMat?

O InterMat é um editor de textos voltado para a digitação e exibição rápida de textos matemáticos. Ele utiliza um processo de edição muito simples, com um mecanismo de edição similar a um Bloco de Notas (sem formatação online) em que: **as expressões matemáticas são expressas na forma conhecida como AsciiMath, de aprendizado rápido.**

Além das expressões matemáticas podem ser agregadas marcas de formatação, que podem ser de dois tipos:

- Marcas utilizando o formato HTML
- Marcas rápidas: opcionais à marcação HTML, que tornam mais simples a inserção de *links*, figuras, marcas de múltipla escolha etc., que são comuns em textos matemáticos ou escolares.

A exibição e impressão são feitas num navegador convencional de *web* (*Firefox*, *Chrome* etc), a partir de um código HTML gerado automaticamente. A utilização de um navegador possibilita que a saída se dê de diversas formas: impressa, *online*, pdf, embutida em páginas *web* etc.

As pessoas cegas conseguem interagir com o programa InterMat sem dificuldade, tanto para escrever como para ler, com a ajuda de um leitor de telas simples (como o NVDA, por exemplo).

Devemos notar que nem todos os leitores de tela são capazes de ler textos matemáticos diretamente no navegador, mas interagem bem com

o editor. Então os usuários cegos irão ler o texto matemático através do próprio editor InterMat, agregado à tradução para português dos textos matemáticos produzida pelo sistema SonoraMat.

Nota técnica: A tradução das expressões matemáticas é feita usando o tradutor padrão MathJax, que gera a saída matemática em MathML, compatível com a maioria dos navegadores atuais.

Maiores informações sobre o sistema podem ser obtidas na página: <http://intervox.nce.ufrj.br/intermat/>

Instalação do InterMat

O programa pode ser baixado através da seguinte página web:

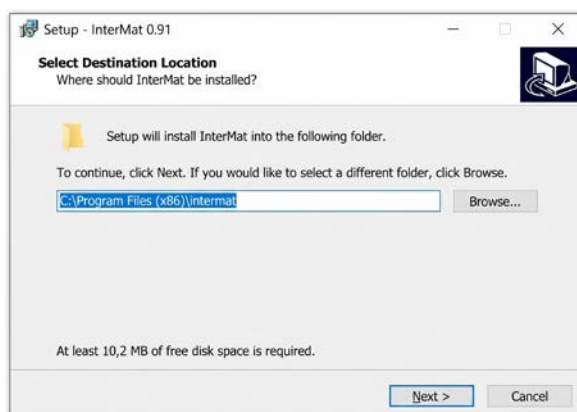
<http://intervox.nce.ufrj.br/intermat/download.htm>

Baixe e execute o arquivo instalador.

A aparência do instalador é similar à maioria dos instaladores do Windows (no caso padrão, apenas clique *Enter* várias vezes até instalar).

Nota: É possível que o Windows peça autorização para fazer a instalação deste programa. Apenas confirme clicando em SIM.

Figura 11.1 – Instalador do InterMat



Fonte: Cópia de tela de programa.

Descrição da figura 11.1: Janela de instalação de um programa no Windows chamada "Setup – InterMat 0.91". Na parte superior aparece o título "Select Destination Location" e a pergunta "Where should InterMat be installed?". Logo abaixo há um ícone de pasta amarela seguido do texto: "Setup will install InterMat into the following folder". Depois vem a instrução: "To continue, click Next. If you would like to select a different folder, click Browse." Em seguida há uma caixa de texto com o caminho: "C:\Program Files (x86)\Intermat". À direita dessa caixa está o botão "Browse...". Na parte inferior da janela está escrito: "At least 10,2 MB of free disk space is required." No canto inferior direito existem dois botões: "Next >" e "Cancel". Fim da descrição.

O instalador iniciará a execução do programa, mostrando uma tela de apresentação

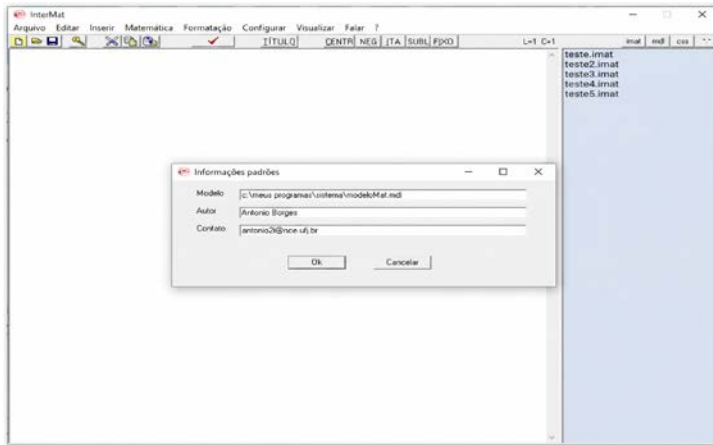
Figura 11.2 – Tela de apresentação



Fonte: Cópia de tela de programa.

Descrição da figura 11.2: Janela de informações do programa InterMat. Sobre este programa. InterMat. Editor de Textos Matemáticos. v. 0.91. Autor: José Antonio Borges. Copyright (C) 2023 – NCE/UFRJ. Instituto Tércio Pacitti – NCE/UFRJ. Universidade Federal do Rio de Janeiro. OK. Fim da descrição.

Aperte OK, e aparecerá a tela de edição, com um formulário de configuração.

Figura 11.3 – Tela inicial do programa

Fonte: Cópia de tela de programa.

Descrição da figura 11.3: Janela de programa InterMat aberta em um computador com Windows. Na parte central está uma janela menor intitulada “Informações padrões”. Dentro dessa janela há três campos de texto editáveis, cada um com um rótulo à esquerda. Campo “Modelo”: c:\meus programas\artemat\mododelMat.md. Campo “Autor”: Antonio Borges. Campo “Contato”: antonio2b@nce.ufrj.br. Na parte de baixo dessa janela há dois botões: Botão à esquerda: “Ok”. Botão à direita: “Cancelar”. Ao fundo, o programa InterMat mostra a barra de menus na parte superior com as opções: Arquivo; Editar; Inserir; Matemática; Formatação; Configurar; Visualizar; Falar; ?. Abaixo dos menus há uma barra de ícones; mais à direita aparece uma área com uma lista de arquivos: teste.imat; teste1.imat; teste2.imat; teste3.imat; teste4.imat; teste5.imat. Fim da descrição.

Ajuste nesta tela, o seu nome e email. Eventualmente pode mudar também o arquivo de modelos desejado. Aperte **OK**

À direita estão listados todos os arquivos presentes na pasta atual. Clique no arquivo “teste.imat”.

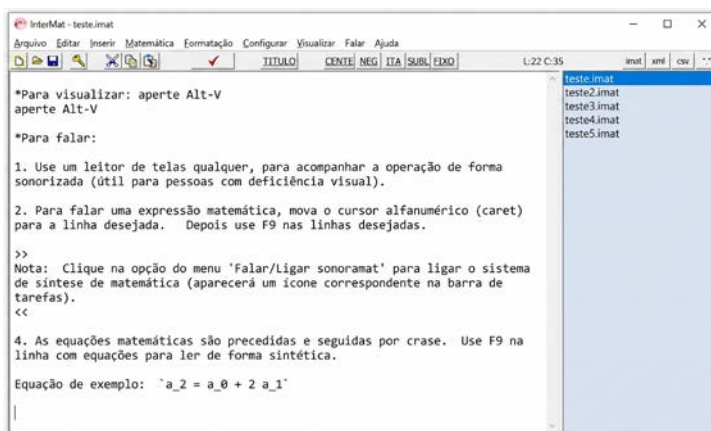
Figura 11.4 – Lista de textos de exemplo



Fonte: Cópia de tela de programa.

Descrição da figura 11.4: Janela de *software* com lista de arquivos. Na parte superior, há uma barra com o texto “L=1 C=1” à esquerda. Logo ao lado aparecem abas com os rótulos: “imat”, “mdl”, “css” e um botão com “x”. Abaixo, há uma área azul-clara com uma lista de nomes de arquivos, um por linha: teste.imat; teste2.imat; teste3.imat; teste4.imat; teste5.imat. O item “teste.imat” está destacado em azul-escuro, indicando a seleção. Fim da descrição.

Figura 11.5 – Aparência do InterMat em execução



Fonte: Cópia de tela de programa.

Descrição da figura 11.5: Janela do programa InterMat aberta em um computador com Windows. Na parte de cima da janela há uma barra de menus com as opções: Arquivo, Editar, Inserir, Matemática, Formatação, Configurar, Visualizar, Falar e um último menu que está cortado na imagem. Abaixo da barra de menus há uma barra de ícones com botões pequenos, incluindo ícones de disquete, impressora, seta para voltar, um “V”

com marca de verificação e outros símbolos. A área principal mostra um texto em português. O texto exibido é: “*Para visualizar: aperte Alt-V. *Para falar: 1. Use um leitor de telas qualquer, para acompanhar a operação de forma sonorizada (útil para pessoas com deficiência visual). 2. Para falar uma expressão matemática, mova o cursor alfanumérico (caret) para a linha desejada. Depois use F9 nas linhas desejadas. Nota: Clique na opção do menu “Falar/Ligar sonoramat” para ligar o sistema de síntese de matemática (aparecerá um ícone correspondente na barra de tarefas). 4. As equações matemáticas são precedidas e seguidas por crase. Use F9 na linha com equações para ler de forma sintética. Equação de exemplo: $a_2 = a_0 + 2 a_1$ ”. À direita, há um painel estreito em forma de lista com arquivos, contendo as entradas: teste.imat; teste1.imat; teste2.imat; teste4.imat; teste5.imat. Fim da descrição.

O conteúdo do arquivo selecionado, “teste.imat”, aparecerá na tela de edição. Clique no botão com um desenho vermelho no meio da tela, em cima. Esta é a opção de visualizar

Figura 11.6 – Visualização do arquivo de exemplo



Fonte: Cópia de tela de programa.

Descrição da figura 11.6: Janela do navegador Microsoft Edge aberta em modo maximizado mostrando uma página HTML simples com fundo claro e texto em preto. Na parte superior da aba aparece o título: “teste.htm”. Logo abaixo, na página, aparece o texto central: “Para visualizar: aperte Alt-V. Para falar: 1. Use um leitor de telas qualquer, para acompanhar a operação de forma sonorizada (útil para pessoas com deficiência visual). 2. Para falar uma expressão matemática, mova o cursor alfanumérico (caret)

para a linha desejada. Depois use F9 nas linhas desejadas. Nota: Clique na opção do menu 'Falar/Ligar sonoramat' para ligar o sistema de síntese de matemática (aparecerá um ícone correspondente na barra de tarefas). 4. As equações matemáticas são precedidas e seguidas por crase. Use F9 na linha com equações para ler de forma sintética. Equação de exemplo: $a^2 = a^0 + 2a^1$. Mais abaixo está o texto de rodapé: "Antonio Borges. Gerado automaticamente pelo sistema InterMat. Copyright (c) 2003 – Instituto Tércio Pacitti – UFRJ – Projetos DOSVOX e SonoraMat". Fim da descrição.

Feche a tela de visualização e volte ao arquivo original de testes. Faça algumas modificações, verificando o que acontece com o texto modificado.

Introduza outros textos matemáticos, em geração automática. Para isso clique no menu Matemática, depois em Fórmulas e equações, e finalmente em Raízes do 2º grau.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Agregando complementos

Finalmente, complete a equação inserida com um pequeno título, e outros embelezamentos, teclando, por exemplo, os seguintes sinais:

>> e << – para puxar o texto para a direita/esquerda

@2 – as linhas a seguir em duas colunas com quadrinhos

@ – fim da multicolumnagem

O texto digitado fica assim:

```
Raízes da equação do 2º grau:
>>
@2
`ax^2 + bx + c = 0`
`x=(-b +- sqrt(b^2 - 4ac))/(2a)`
@
<<
```

Visualizando o texto para ver como ficou.

Figura 11.7 – Saída gráfica mais sofisticada

Raízes de uma equação de 2º grau:

$ax^2 + bx + c = 0$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
---------------------	--

Fonte: Cópia de tela de programa.

Descrição da figura 11.7: Uma fórmula em forma de quadro mostra, à esquerda: $ax^2 + bx + c = 0$. À direita: $x = (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}) / (2a)$. Fim da descrição.

Falando o texto digitado

Os textos digitados, quando lidos por um leitor de telas como NVDA, Jaws, Virtual Vision etc. apresentarão uma forma falada inadequada, própria para textos correntes não matemáticos.

Para ler de forma matemática, aperte o menu de Falar, e selecione a opção “ligar sonoraMat”. Vá com o cursor até uma linha que contenha matemática e aperte **F9**.

Importante: os leitores de telas terão muita dificuldade de ler a página de visualização criada, pois os navegadores atuais não são ainda capazes de processar MathML, que é a forma usada pelo InterMat para apresentar os textos. Há promessas dos fabricantes destes produtos que versões mais recentes trarão plugins adequados, mas isso ainda não é realidade hoje.

Sobre a formatação do texto

Autoformatação das linhas

O texto é teclado normalmente, linha após linha. Linhas subsequentes são juntadas para formar uma linha sem quebras, inclusive fórmulas matemáticas.

Quando for necessário impedir que a próxima linha seja juntada com a anterior, deve-se apenas deixar um espaço em branco ao início da linha. Este espaço solitário não é copiado para a saída.

Os parágrafos, em consequência são indicados pela existência de uma linha em branco, pelo menos.

Títulos simples

Colocar um * (asterisco) ao início de uma linha indica que o texto que sucede este caractere é um subtítulo

Negritos

Marque o trecho a negritar e aperte o botão NEG. Será criada antes do trecho a marcação **** (*bold face*) e ao final a marcação **** (fim de *bold face*).

Itálicos

Marque o trecho a negritar e aperte o botão ITA. Será criado antes do trecho a marcação **<i>** e ao final a marcação **</i>**

Inclusão de arquivos gráficos (jpg, png, etc)

Colocar um \$ (dólar) ao início de uma linha indica que o texto que sucede este caractere é a referência a uma foto ou figura, que pode ser criada em qualquer editor gráfico do mercado.

Importante: Idealmente, esta figura deve estar colocada na mesma pasta do texto.

Em seguida, deve-se fazer uma audiodescrição da figura, para que, quando a página for gerada e o mouse passar sobre a figura, esta descrição seja lida pelos leitores de tela.

Importante: Após esta informação, deve-se incluir um sinal \$ (dólar).

Exemplo:

\$barras.png Gráfico de barras\$

Link para página web

Colocar um { (abre chaves) no início de uma linha indica que o texto que sucede este caractere é a referência a um *link* da *web*.

Exemplo:

```
{http://www.ibm.com Clique aqui para acessar o site da IBM}
```

Linhas separadoras

Uma linha de ----- (cinco ou mais tracinhos) indica a colocação na saída de uma linha horizontal separadora (equivalente ao comando **hr** de **html**).

Agregando comandos em HTML

É possível agregar quaisquer comandos HTML ao texto criado. O resultado será o mesmo produzido numa página *web*. Devemos, entretanto, advertir que este não é um editor para homepages. Faltam a ele muitas características que seriam desejáveis para este tipo de finalidade, em particular o tratamento de seções de texto e funções para o desenvolvimento de CSS e *Javascript*.

Outras possibilidades

Este não é um manual completo sobre as potencialidades do sistema InterMat. É possível, por exemplo, gerar diversos tipos de textos, agregar vários tipos de embelezamento, incluir algumas fórmulas em LaTeX, incluir desenhos, pedaços em fontes distintas (incluindo a fonte *braille*) e até criar provas para submissão remota, entre muitas outras possibilidades.

Sugerimos que você acesse a opção de ajuda (? no menu) e se informe sobre o que você pode fazer com o programa. Apesar de muito simples em termos operacionais, ele oferece uma gigantesca oportunidade de digitação de matemática, que pode ajudar aos professores desde a pré-escola até a pós-graduação.

Como uma pessoa cega usa o InterMat

Por que InterMat se é tão fácil digitar matemática com o Edivox?

O InterMat é um excelente editor de textos voltado para a digitação e exibição rápida de textos matemáticos, mas ele não sonoriza o processo

de digitação. Então, para que uma pessoa cega utilize este programa, terá que usar simultaneamente um leitor de telas. A operação e o *feedback* sonoro são um pouco mais complicados do que no Edivox.

Alguém poderia questionar que se o Edivox atende perfeitamente às necessidades básicas, por que uma pessoa cega deveria usar o InterMat? A resposta é simples: o InterMat tem um número bem maior de opções, além de ser mais facilmente utilizável por quem não conhece o DOSVOX, possibilitando a interação entre usuários de matemática.

Nota: Os dois programas produzem textos intercambiáveis, ou seja, o texto gerado em um é perfeitamente processado pelo outro.

O InterMat foi projetado como um editor muito simples. As operações de digitação e leitura são triviais. Mas, quando se trata das questões matemáticas, o InterMat dá um suporte adicional. Desta forma, o tempo de aprendizagem é mínimo. Uma vez que o texto esteja digitado, com suas fórmulas em AsciiMath agregadas (entre acentos graves), deve ser feita a exibição e impressão através de um navegador convencional de *web* (Firefox, Chrome etc.), que é chamado automaticamente pelo InterMat. A utilização de um navegador possibilita que a saída se dê de diversas formas: impressa, *online*, pdf, embutida em páginas *web* etc.

Então, aí está mais uma razão para usar um leitor de telas: para se ter segurança na operação deste navegador (embora em 90 por cento dos casos isso não seja necessário).

Iniciando o InterMat

Antes de mais nada, a pessoa cega deveria ativar um leitor de telas para acompanhar a execução. Entre os diversos leitores possíveis, o mais conhecido é o NVDA. Para ativar o NVDA, utilizando o teclado, **aperte ctrl+I-esc seguido pela palavra nvda**. Ao final, aperte **Enter** e espere o NVDA parar de falar.

Vamos aqui repetir alguns passos de uso do InterMat vistos anteriormente: Uma vez instalado o InterMat, é criado um ícone na tela do compu-

tador. Este ícone está associado ao atalho **ctrl-alt-I**, que pode ser utilizado opcionalmente em lugar do habitual clique-duplo sobre o ícone.

Figura 11.8 – Ícone do InterMat



Fonte: Extraído da tela do Windows.

Descrição da figura 11.8: Ícone circular em tons de rosa. No centro há uma forma que lembra uma folha quadriculada branca desdobrada, com o símbolo π em vermelho escuro no meio. À esquerda da folha aparece o símbolo de somatório, Σ , também em vermelho escuro. À direita, ao lado do π , está escrito $f(x)$ em letras pequenas vermelhas. Fim da descrição.

O programa InterMat será iniciado, mostrando a sua tela de apresentação. Tecle *Enter*, ou clique em *OK* para sair.

Figura 11.9 – Tela de apresentação do InterMat

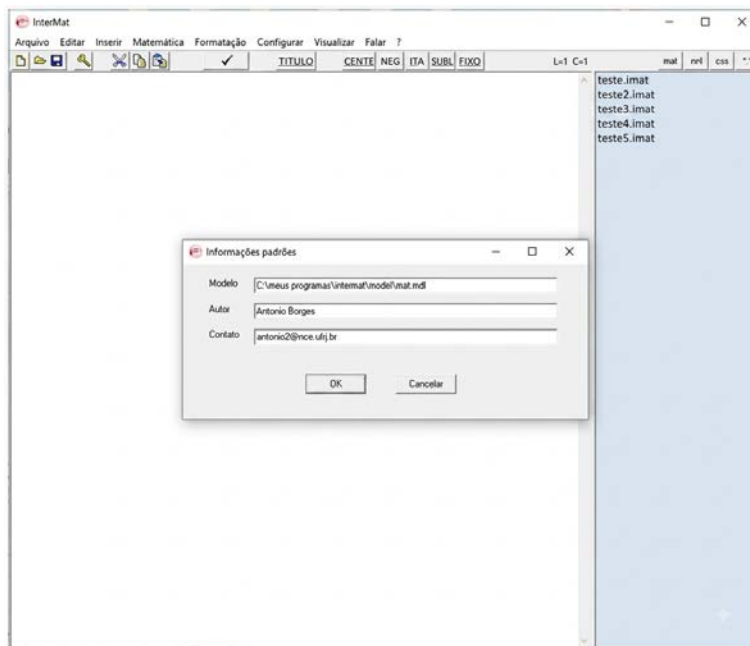


Fonte: Cópia de tela de programa.

Descrição da figura 11.9: Janela “Sobre este programa” do Windows com informações do *software* InterMat. Transcrição exata do texto: Sobre este programa. InterMat. Editor de Textos Matemáticos. v. 0.91. Autor: José Antonio Borges. *Copyright* (C) 2023 – NCE/UFRJ. Instituto Tércio Pacitti – NCE/UFRJ. Universidade Federal do Rio de Janeiro. OK. Fim da descrição.

Após teclar *Enter*, aparecerá a tela de edição do InterMat, com um formulário de configuração inicial.

Figura 11.10 – Tela inicial do programa InterMat



Fonte: Cópia de tela de programa.

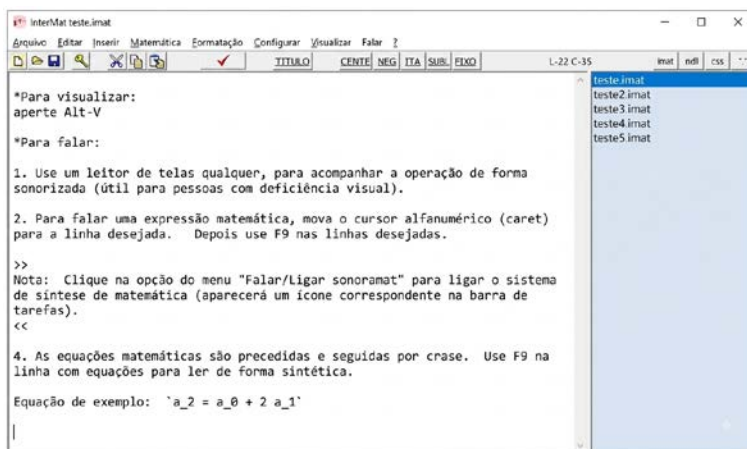
Descrição da figura 11.10: Captura de tela da interface do *software* InterMat com uma janela de diálogo sobreposta no centro. Estrutura Geral da Tela: Barra de Título (Superior): Na extrema esquerda, traz o ícone do programa (um círculo vermelho com sinal de igual) seguido do nome "InterMat". No canto superior direito, há os botões padrão do Windows: Minimizar, Maximizar e Fechar (X). Barra de Menus: Localizada abaixo da barra de título, contendo as opções em texto: Arquivo, Editar, Inserir, Matemática, Formatação, Configurar, Visualizar, Falar, ?. Barra de Ferramentas: Abaixo do menu, exibe ícones de atalho (novo, abrir, salvar, recortar, copiar, colar) e botões de formatação e atalhos rápidos como TÍTULO, CENTE, NEG, ITA, SUBL, FIXO, além da indicação de linha e coluna (L=1 C=1) e botões à direita (mat, nrl, css). Área de Trabalho Principal: Uma grande área em branco destinada à edição de texto/fórmulas. Painel Lateral Direito: Aba num tom azul bem claro que lista arquivos recentemente acessados ou do diretório atual, como teste.imat, teste2.imat, teste3.imat, teste4.imat e teste5.imat. Janela *Pop-up* Central ("Informações padrões"). No centro da tela, há uma caixa de diálogo retangular cinza intitulada "Informações padrões", contendo três campos de texto preenchidos e dois botões na parte inferior: Modelo: Campo de texto contendo o caminho do arquivo C:\meus programas\intermat\model\mat.mdl. Autor: Campo de texto contendo o nome Antonio Borges. Contato: Campo de texto contendo o e-mail

antonio2@nce.ufrj.br. Na parte inferior da janela, estão dispostos lado a lado os botões OK (à esquerda) e Cancelar (à direita). Fim da descrição.

Ajuste nesta tela, o seu nome e *e-mail*. Eventualmente se pode mudar também o arquivo de modelos desejado, embora isso seja, num primeiro momento, inadequado. Aperte OK.

À direita da tela de edição, estão listados todos os arquivos presentes na pasta atual, que vêm como demonstrativos após a instalação. Clique em um arquivo qualquer ou use as setas e ao chegar ao arquivo desejado, aperte **Enter**. O texto então aparecerá na tela de edição.

Figura 11.11 – Tela de edição – Aparência do InterMat em execução



Fonte: Cópia de tela.

Descrição da figura 11.11: Janela do programa InterMat aberta no Windows. Na parte superior aparece a barra de título com o texto: "InterMat teste.imat". Abaixo está a barra de menus com: "Arquivo Editar Inserir Matemática Formatação Configurar Visualizar Falar ?". Logo abaixo há uma barra de ícones com pequenos botões, incluindo ícones de disquete, impressora, lupa, setas e outros. A área principal da janela mostra um editor de texto com várias linhas. O conteúdo digitado é: "*Para visualizar: aperte Alt-V. *Para falar: 1. Use um leitor de telas qualquer, para acompanhar a operação de forma sonorizada (útil para pessoas com deficiência visual). 2. Para falar uma expressão matemática, mova o cursor alfanumérico (caret) para a linha desejada. Depois use F9 nas linhas desejadas. Nota: Clique na opção do menu "Falar/Ligar sonoramat" para ligar o sistema de síntese de matemática (aparecerá um ícone correspondente na barra de tarefas). 4. As equações matemáticas são precedidas e seguidas por crase. Use F9 na linha com equações para ler de forma sintética. Equação de exemplo: `a\_2 = a\_0 + 2 a\_1`". Na lateral direita há um painel de lista com fundo

azul na parte selecionada, contendo os nomes de arquivos: "teste.imat; teste2.imat; teste3.imat; teste4.imat; teste5.imat". Fim da descrição.

Use o cursor para sonorizar com o leitor de telas. Repare que a linha que contém a expressão matemática lê o texto com defeito.

Para visualizar o resultado da edição em sua versão gráfica, de impressão, aperte simultaneamente as teclas **ALT-V**. Esta opção de visualizar pode ser obtida também com o mouse, clicando num botão com uma espécie de V vermelho na parte superior da janela.

Figura 11.12 – Visualização do arquivo de exemplo



Fonte: Cópia de tela.

Descrição da figura 11.12: Tela de edição do InterMat em execução. Texto na página:

*Para visualizar: aperte Alt-V. *Para falar: 1. Use um leitor de telas qualquer, para acom-

panhar a operação de forma sonorizada (útil para pessoas com deficiência visual). 2. Para falar uma expressão matemática, mova o cursor alfanumérico (caret) para a linha desejada. Depois use F9 nas linhas desejadas. Nota: Clique na opção do menu "Falar/Ligar sonoramat" para ligar o sistema de síntese de matemática (aparecerá um ícone correspondente na barra de tarefas). 4. As equações matemáticas são precedidas e seguidas por crase. Use F9 na linha com equações para ler de forma sintética. Equação de exemplo: $a^2 = a^0 + 2a^1$. Fim descrição.

Alterando uma cópia do arquivo

Neste momento vamos salvar este arquivo de testes para não perdermos o original. Aperte **ALT** e será posicionado na opção do menu de arquivos. Vá com as setas até a opção **Salvar Como**, aperte **Enter**, e digite o nome de um arquivo novo (por exemplo, o nome do arquivo pode ser aprenda). Aperte **Enter**. Repare que o leitor vai acompanhando todas as operações.

Edite este novo arquivo original de testes. Faça algumas modificações, verificando o que acontece na medida em que você modifica o texto.

Introduza outros textos matemáticos, em geração automática. Para isso clique no menu Matemática, depois em Fórmulas e equações, e finalmente em Raízes do 2º grau.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Repare que o leitor de telas não sabe ler esta expressão acima.

Falando o texto digitado

Os textos matemáticos que são digitados, quando lidos com um leitor de telas como NVDA, Jaws, Virtual Vision etc. apresentarão uma forma falada inadequada, própria para textos correntes não matemáticos.

Para ler de forma matemática, aperte o menu de **Falar**, e selecione a opção "ligar sonoraMat". Vá com o cursor até uma linha que contenha matemática e aperte **F9**. A linha atual será falada em sua interpretação matemática em português.

Agregando complementos gráficos

Finalmente, complete a equação inserida com um pequeno título, e outros embelezamentos, teclando, por exemplo, os seguintes sinais:

1 – Agregando um título

Simplesmente digite uma linha com o primeiro caractere **asterisco (*)**.

2 – Indentando parte do texto

>> para indicar que as linhas a seguir serão puxadas para a direita.

<< para puxar o texto para a direita/esquerda

<center> indicando que o trecho a seguir será centralizado

</center> termina o processo de centralização.

Formatando pedaços do texto

Selecione algumas palavras do texto, apertando a tecla **ctrl**, e movendo o cursor para a direita. Solte a tecla ctrl.

Acione a opção de menu de formatação (**ALT+F**) depois setas para baixo para selecionar um tipo de ajuste gráfico na região selecionada (negrito, itálico etc.). Existe um ícone para acesso rápido com mouse para parte destas opções de formatação.

Agregando uma figura

Existe uma opção no menu para agregar uma figura. Porém, é muito fácil fazer isso com o teclado.

Crie uma linha iniciada pelo caractere **\$**.

Digite o **nome do arquivo**, que deve estar **na mesma pasta do texto**. Use arquivos do tipo jpg, png e bmp.

Deixe um espaço em branco à direita do nome e descreva esta imagem em poucas palavras.

Termine a linha também pelo caractere **\$** ao final.

Sobre a autoformatação do texto

Existe um detalhe que confunde um pouco o digitador do texto.

O texto a processar é teclado normalmente, linha após linha, porém estas linhas são automaticamente agrupadas para gerar um parágrafo.

Repare bem: Linhas subsequentes são juntadas para formar uma linha sem quebras, inclusive fórmulas matemáticas.

Quando for necessário impedir que a próxima linha seja juntada com a anterior, deve-se apenas deixar um espaço em branco ao início da linha. Este espaço solitário não é copiado para a saída.

Os parágrafos, em consequência são separados pela existência de uma linha em branco, pelo menos, entre eles.

Exercícios

1. De acordo com o capítulo, qual é a principal diferença entre o InterMat e o Edviox no contexto do uso por pessoas cegas?

A) O InterMat não permite a digitação de expressões matemáticas em AsciiMath.

B) O Edviox não possui suporte para formatação de títulos e negritos.

C) O InterMat tem um número bem maior de opções e é mais facilmente utilizável por quem não conhece o DOSVOX, possibilitando interação entre usuários de matemática.

D) O Edviox não pode ser usado com leitores de tela como o NVDA.

2. No InterMat, como se faz para que uma pessoa cega possa ouvir a leitura correta de uma expressão matemática, já que os leitores de tela comuns não conseguem interpretar adequadamente o AsciiMath?

A) Apertar o menu “Arquivo” e selecionar “Exportar para áudio”.

B) Apertar o menu “Falar”, selecionar a opção “ligar SonoraMat”, posicionar o cursor na linha com matemática e apertar F9.

C) Copiar o texto para o Microsoft Word e usar o recurso de leitura em voz alta.

D) Salvar o arquivo como PDF e abrir com um leitor de PDF acessível.

3. O capítulo descreve que o InterMat possui um mecanismo de autoformatação das linhas. Qual é a regra para impedir que uma linha seja juntada à anterior na formação do parágrafo?

A) Inserir um ponto e vírgula no final da linha.

B) Deixar um espaço em branco no início da linha.

C) Escrever a linha inteira em letras maiúsculas.

D) Colocar um asterisco no final da linha.

4. No InterMat, qual é a sintaxe correta para inserir uma figura com áudio-descrição, conforme apresentada no capítulo?

A) {figura.jpg Descrição da figura}

B) [figura.jpg] Descrição da figura

C) \$figura.jpg Descrição da figura\$

D) (figura.jpg) Descrição da figura

Gabarito: 1 – C; 2 – B; 3 – B; 4 – C

Capítulo 12

Uso básico de planilhas por pessoas com deficiência visual

Planilhas eletrônicas

Planilhas eletrônicas são ferramentas relevantes na era digital e desempenham um papel crucial na organização, análise e manipulação de dados. Sua importância transcende diversas esferas, desde o mundo corporativo até a educação e o cotidiano das pessoas, tornando-se um instrumento indispensável para otimizar tarefas que envolvem informações quantitativas e qualitativas.

As planilhas são particularmente valiosas no ensino de matemática. Os estudantes podem realizar cálculos, gráficos e experimentos virtuais, explorando conceitos como álgebra, estatística e matemática financeira de maneira prática. Isso faz com que os conceitos outrora abstratos se tornem mais tangíveis e compreensíveis.

E para as pessoas com deficiência visual?

A acessibilidade de planilhas para pessoas com deficiência visual é um desafio e várias soluções foram desenvolvidas para tornar essas ferramentas mais inclusivas. Um exemplo é o “Planivox”.

O Planivox é um utilitário do DOSVOX cujo propósito é tornar as planilhas eletrônicas mais acessíveis para pessoas com deficiência visual. Ele converte dados e fórmulas em áudio, permitindo que os seus usuários ouçam o conteúdo das planilhas. Além disso, ele foi projetado para trabalhar em conjunto com as principais planilhas, como o Microsoft Excel. Isso é de

extrema importância, pois garante que todos os alunos tenham igualdade de acesso ao material educacional, promovendo a inclusão e a igualdade de oportunidades no ensino.

*OBS: Estando no DOSVOX, para acessar o Planivox digite a tecla **U**, seguida da tecla **P**, ou utilize com as setas para demais opções.*

1 - Função SOMA

A soma é a fórmula mais básica ou a mais conhecida por todos os que usam planilhas eletrônicas. Pode ser usada por meio da função `=@SOMA`.

Para exemplificar, a próxima figura apresenta uma planilha de venda de dois produtos (boné ou chapéu, na coluna **A**) em 3 lojas de uma rede (Loja 1, Loja 2, Loja 3, na coluna **B**). Na coluna **C** está a quantidade de produtos (boné ou chapéu) vendidos pela loja referenciada na coluna **B**. Além disso, a planilha também mostra o total de vendas da Loja 1, célula **C9**, da Loja 2, célula **C10** e da Loja 3, na célula **C11**. Esses totais foram obtidos através dos comandos: `=C2+C5`, para o resultado da quantidade de bonés e chapéus vendidos pela da Loja 1, `=C3+C6`, para a quantidade de produtos vendidos na Loja 2 e `=C4+C7`, para somar a quantidade de produtos vendidos na Loja 3.

Figura 12.1 – Planilha no Planivox com exemplo de vendas de produtos

	A	B	C
1	Produto	Local	Quantidade
2	boné	Loja 1	32
3	boné	Loja 2	15
4	boné	Loja 3	28
5	chapéu	Loja 1	9
6	chapéu	Loja 2	21
7	chapéu	Loja 3	14
8			
9	Total	Loja 1	41
10		Loja 2	36
11		Loja 3	42
12		Geral	
13			

Fonte: Cópia de tela de programa.

Descrição da figura 12.1: Tela de uma planilha eletrônica em modo texto, com fundo preto e barras em azul na parte superior. Na faixa azul de título aparece: "Planilha eletrônica VOX – versão 1.1". Logo abaixo, em texto branco: "Bloco inválido na coluna 10".

Na linha seguinte: “=C2+C5”. Abaixo vem a área da planilha, com cabeçalhos em azul na linha 1: Coluna A: “Produto”. Coluna B: “Local”. Coluna C: “Quantidade”. Conteúdo das células visível: Linha 2: A2: “boné” B2: “Loja 1” C2: “32”. Linha 3: A3: “boné” B3: “Loja 2” C3: “15”. Linha 4: A4: “boné” B4: “Loja 3” C4: “28”. Linha 5: A5: “chapéu” B5: “Loja 1” C5: “9”. Linha 6: A6: “chapéu” B6: “Loja 2” C6: “21”. Linha 7: A7: “chapéu” B7: “Loja 3” C7: “14”. Linha 9: A9: “Total” B9: “Loja 1” C9: “41” (a célula C9 está em destaque com fundo vermelho e número 41 em branco). Linha 10: B10: “Loja 2” C10: “36”. Linha 11: B11: “Loja 3” C11: “42”. Linha 12: B12: “Geral”. As demais células das linhas 8, 13 e outras não contêm texto visível na imagem. Fim da descrição.

É muito vantajoso usar a função =@SOMA quando se tem um número maior de células a serem somadas. Por exemplo, se há necessidade de saber a quantidade total de produtos vendidos pelas 3 lojas, ao invés de montar o comando =C2+C3+C4+C5+C6+C7, para o resultado geral do exemplo, basta escrever =@SOMA(C2..C7) – os dois pontos seguidos significam o intervalo entre as células C2 e C7.

Figura 12.2 – Utilizando @soma para totalizar valores de diversas células

	A	B	C
1	Produto	Local	Quantidade
2	boné	Loja 1	32
3	boné	Loja 2	15
4	boné	Loja 3	28
5	chapéu	Loja 1	9
6	chapéu	Loja 2	21
7	chapéu	Loja 3	14
8			
9	Total	Loja 1	41
10		Loja 2	36
11		Loja 3	42
12		Geral	119
13			

Fonte: Cópia de tela de programa.

Descrição da figura 12.2: Tela de uma planilha eletrônica em modo texto, com fundo preto e barras em azul na parte superior. O conteúdo é idêntico ao da figura 12.1, exceto que a célula C12 em vermelho mostra 119. Fim da descrição.

2 - Copiando um bloco de células para um outro local da planilha

Muitas vezes precisamos copiar um bloco de células para registrar em um outro local da planilha. Para executarmos esta ação, precisaremos marcar o início e o fim do bloco. Suponhamos que desejamos copiar os valores entre as células A9 e C12. A célula do início do bloco (A9) deverá

estar selecionada, como mostra a figura abaixo. A seguir, dê o seguinte comando: **Ctrl+B** (Qual a opção de bloco?). **Aperte I** (Início do bloco).

Figura 12.3 – Posicionando o início do bloco para marcação com CTRL+B, seguido de I.

	A	B	C
1	Produto	Local	Quantidade
2	boné	Loja 1	32
3	boné	Loja 2	15
4	boné	Loja 3	28
5	chapéu	Loja 1	9
6	chapéu	Loja 2	21
7	chapéu	Loja 3	14
8			
9	Total	Loja 1	41
10		Loja 2	36
11		Loja 3	42
12		Geral	119
13			

Fonte: Cópia de tela de programa.

Descrição da figura 12.3: Operação de início de marcação de bloco. O conteúdo é idêntico ao da figura 12.1, exceto que a célula A9 em vermelho mostra Total. Fim da descrição.

Em seguida, selecione a célula do fim do bloco (C12), como mostra próxima figura, e dê o comando **Ctrl+B** (Qual a opção de bloco?). Aperte **F** (fim do bloco).

Figura 12.4 – Posicionando o final do bloco para marcação com CTRL+B seguido de F

	A	B	C
1	Produto	Local	Quantidade
2	boné	Loja 1	32
3	boné	Loja 2	15
4	boné	Loja 3	28
5	chapéu	Loja 1	9
6	chapéu	Loja 2	21
7	chapéu	Loja 3	14
8			
9	Total	Loja 1	41
10		Loja 2	36
11		Loja 3	42
12		Geral	119
13			

Fonte: Cópia de tela de programa.

Descrição da figura 12.4: Operação de fim de marcação de bloco. O conteúdo é idêntico ao da figura 12.1, exceto que a célula C12 em vermelho mostra 119. Fim da descrição.

Agora, selecione a célula que receberá o bloco (**A15**). Dê o comando **Ctrl+B** (Qual a opção de bloco?). Aperte **C**.

Figura 12.5 – Bloco copiado com início na posição A15

Planilha eletrônica VOX - versão 1.1 estoque.PLA

Qual a opção de bloco ? c

	A	B	C
1	Produto	Local	Quantidade
2	boné	Loja 1	32
3	boné	Loja 2	15
4	boné	Loja 3	28
5	chapéu	Loja 1	9
6	chapéu	Loja 2	21
7	chapéu	Loja 3	14
8			
9	Total	Loja 1	41
10		Loja 2	36
11		Loja 3	42
12		Geral	119
13			
14			
15	Total	Loja 1	41
16		Loja 2	36
17		Loja 3	42
18		Geral	119
19			

Fonte: Cópia de tela de programa.

Descrição da figura 12.5: Tela de planilha eletrônica VOX em modo texto, com fundo preto e linhas de grade em azul. Na primeira linha, em branco, aparece: "Planilha eletrônica VOX – versão 1.1" seguido de "estoque.PLA" em amarelo, à direita. Na segunda linha, em branco, está o texto: "Qual a opção de bloco? c". Abaixo, há uma planilha com três colunas: Coluna A com o título "Produto". Coluna B com o título "Local". Coluna C com o título "Quantidade". Na parte visível da planilha: Linha 2, coluna A: "boné". Coluna B: "Loja 1". Coluna C: "32". Linha 3, coluna A: "boné". Coluna B: "Loja 2". Coluna C: "15". Linha 4, coluna A: "boné". Coluna B: "Loja 3". Coluna C: "28". Linha 5, coluna A: "chapéu". Coluna B: "Loja 1". Coluna C: "9". Linha 6, coluna A: "chapéu". Coluna B: "Loja 2". Coluna C: "21". Linha 7, coluna A: "chapéu". Coluna B: "Loja 3". Coluna C: "14". Linha 9, coluna A contém a palavra "Total"; nas colunas B e C, nessa linha, não há texto visível. Mais abaixo, na mesma estrutura mas em outra área da tela, há um segundo bloco de totais: Linha 15, coluna A: "Total" em branco sobre fundo vermelho. Linha 16, coluna B: "Loja 1". Coluna C: "41". Linha 17, coluna B: "Loja 2". Coluna C: "36". Linha 18, coluna B: "Loja 3". Coluna C: "42". Linha 19, coluna B: "Geral". Coluna C: "119". Fim da descrição.

Pronto, o bloco selecionado foi para o local definido.

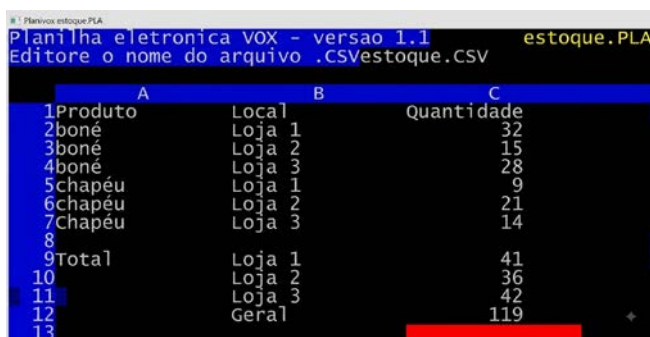
3 - Exportando uma planilha do Planivox para o Excel

Após concluir os registros na planilha, devemos salvá-la. Aperte F9 e, em seguida, digite **A** (Arquivo). Registre, então, a opção **G** (Grava). Você ouvirá a seguinte pergunta: "Qual o nome do arquivo da planilha?". Neste

momento, você deverá dar um nome. No nosso exemplo, nós a chamamos de “estoque.PLA”.

Agora, para exportá-la para o formato “.csv” use a seguinte sequência: aperte **F9** e, em seguida, digite **A** (Arquivo). Registre, então, a opção **E** (Exporta CSV).

Figura 12.6 – Exportando o arquivo estoque como CSV



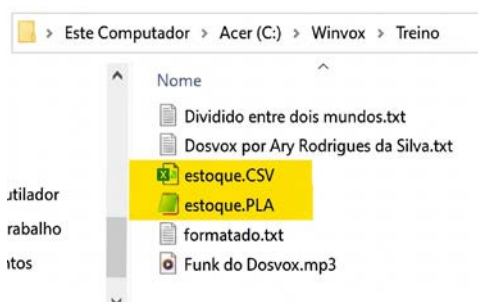
A	B	C
1Produto	Local	Quantidade
2boné	Loja 1	32
3boné	Loja 2	15
4boné	Loja 3	28
5chapéu	Loja 1	9
6chapéu	Loja 2	21
7chapéu	Loja 3	14
8		
9Total	Loja 1	41
10	Loja 2	36
11	Loja 3	42
12	Geral	119
13		

Fonte: Cópia de tela de programa.

Descrição da figura 12.6: Planilha mostrando editoração de nome de arquivo .CSV: estoque.csv Fim da descrição.

Você pode, caso queira, trocar o nome do arquivo. Nós optamos, no nosso exemplo, manter o nome “estoque.csv”.

Figura 12.7 – Pasta dos arquivos criados no Planivox



Fonte: Cópia de tela do Windows.

Descrição da figura 12.7: Janela do Explorador de Arquivos do Windows mostrando uma pasta chamada “Treino” na unidade Acer (C:), dentro de “Winvox”. Na lista de arquivos aparecem, em ordem: Dividido entre dois mundos.txt; Dosvox por Ary Rodrigues da Silva.txt; estoque.CSV (ícone do Excel, com fundo realçado em amarelo); estoque.PLA (ícone de planilha verde, também realçado em amarelo); formatado.txt; Funk do Dosvox.mp3. Fim da descrição.

OBS: Todo arquivo salvo pelo Planivox pode ser encontrado na pasta **C:\Winvox\Treino**.

Mais informações sobre as **funcionalidades do Planivox** você pode encontrar nos **manuals oficiais do DOSVOX**.

A partir de então, basta abrir o arquivo usando o *Microsoft Excel*.

Figura 12.8 – Uso do arquivo estoque na Planilha Microsoft Excel

Produto	Local	Quantidade
boné	Loja 1	32
boné	Loja 2	15
boné	Loja 3	28
chapéu	Loja 1	9
chapéu	Loja 2	21
chapéu	Loja 3	14
Total	Loja 1	41
	Loja 2	36
	Loja 3	42
	Geral	119

Fonte: Cópia de tela de programa.

Descrição da figura 12.8: Planilha do Excel com tabela de estoque. Na linha 1 estão os títulos: A1: Produto; B1: Local; C1: Quantidade. Conteúdo das linhas: A2: boné. B2: Loja 1. C2: 32. A3: boné. B3: Loja 2. C3: 15. A4: boné. B4: Loja 3. C4: 28. A5: chapéu. B5: Loja 1. C5: 24. Fim da descrição.

4 - Conclusão

De acordo com o exposto anteriormente, podemos verificar que o uso de planilhas no processo educacional é essencial para aprimorar a eficiência, promover a inclusão e desenvolver habilidades importantes nos alunos. A acessibilidade, como a oferecida pelo Planivox, é um passo im-

portante para garantir que todos os alunos tenham acesso igualitário a essas ferramentas e, assim, maximizar seu potencial de aprendizado.

Exercícios

1. O que é o Planivox?

A) Um *software* de edição de textos matemáticos semelhante ao InterMat.

B) Um utilitário do DOSVOX que converte dados e fórmulas de planilhas em áudio, permitindo que pessoas cegas ouçam o conteúdo.

C) Um sintetizador de voz desenvolvido exclusivamente para leitura de gráficos estatísticos.

D) Um navegador de *internet* acessível para pessoas com deficiência visual.

2. No Planivox, qual é a sintaxe correta para somar um intervalo de células de C2 até C7?

A) =C2+C3+C4+C5+C6+C7 (apenas esta forma é aceita)

B) =SOMA(C2;C7)

C) =@SOMA(C2..C7)

D) =TOTAL(C2:C7)

3. O capítulo descreve um procedimento para copiar um bloco de células no Planivox. Qual é a sequência correta de comandos para marcar o início de um bloco?

A) Selecionar a célula inicial, apertar Ctrl+B e depois pressionar I (Início do bloco).

B) Selecionar a célula inicial, apertar Ctrl+C e depois pressionar *Enter*.

C) Selecionar a célula inicial, apertar F9 e depois escolher a opção “Copiar”.

D) Selecionar a célula inicial, apertar Alt + S e depois digitar o nome do bloco.

4. Após salvar uma planilha no Planivox com o nome “estoque.PLA”, qual é o procedimento para exportá-la para o formato CSV (compatível com o Microsoft Excel)?

- A) Apertar F9, depois A (Arquivo) e depois E (Exporta CSV).
- B) Apertar Ctrl + S e escolher a opção “Salvar como CSV”.
- C) Apertar Alt + F4 e selecionar “Exportar para Excel”.
- D) Apertar F12 e digitar o nome do arquivo com extensão .xlsx.

Gabarito: 1 – B; 2 – C; 3 – A; 4 – A

Capítulo 13

Breve introdução ao braille

Uma breve história sobre o surgimento do método braille

Encontramos, ao longo da história, exemplos obscuros de como eram tratadas as pessoas acometidas com deficiência visual, nas diferentes culturas. A marginalização era evidente, assim como a total negligência da sociedade para com esses indivíduos, em todos os segmentos: saúde, educação, participação na sociedade etc. Até então, pelos fatores supracitados, não se havia pensado sobre uma forma de prover acesso à leitura e escrita destinada a estes indivíduos.

A evolução da escrita tátil – o longo caminho até o método braille

O texto “*Education for the Blind*” chama a atenção:

A função da visão pode, até certo ponto, ser substituída pelo uso dos outros sentidos. Estimulados por necessidade e treinados através da educação, toque, audição, e olfato tomam o lugar de visão. Não tendo a visão para se distrair, os cegos cultivam seus sentidos restantes mais efetivamente. (Stadelman, 2003)¹.

1 STADELMAN, J. M. Education of the Blind. In: KNIGHT, K. **The Catholic Encyclopedia**. Transcrito por Douglas J. Potter. [Edição online]: New Advent LLC, 2003. Disponível em: <https://www.newadvent.org/cathen/05306a.htm>. Acesso em: 24 ago. 2026.

Somente a partir do século XVI, no Renascimento Europeu, um médico, matemático e filósofo italiano, de nome Girolamo Cardano (1501-1576), inundado pelas ideias humanistas, conjecturou sobre um método de leitura através do tato para as pessoas com deficiência visual. Após esse primeiro passo, diversos estudiosos, utilizando-se de empirismos e métodos não ortodoxos, tentaram prover um modo para que os cegos, de alguma forma, pudessem ler e escrever.

Em particular, o tato vinha sendo usado como alternativa possível para leitura e escrita, muitos anos antes da invenção da Escrita Braille. Foram inventadas algumas formas de leitura e/ou escrita tátil, cada qual explorando alguma característica especial da percepção tátil dos cegos. Muitos meios foram experimentados: letras formadas com ripas de madeira, pequenos pregos enfiados na própria madeira ou fixos, servindo de ponto de apoio para fios ou arames finos estendidos; caracteres desenhados em folha de metal maleável; representação de letras em baixo-relevo, criação de relevo em papel umedecido, argila etc., são exemplos de alguns desses procedimentos.

A situação cultural dos cegos no mundo só começou a modificar-se em meados do século XIX. Foi então que algumas técnicas de escrita tátil passaram a ser amplamente aplicadas. As iniciativas tiveram apoio de ações filantrópicas, capitaneadas por pessoas ligadas à nobreza francesa, apoiadas pela maçonaria, como é o caso de Valentin Haüy (1745-1822). Ele foi uma das primeiras pessoas a se interessar pelos cegos, promovendo uma intensa campanha de sensibilização pública para as suas necessidades e dedicando-se à investigação de técnicas que permitissem a sua educação e integração socioprofissional.

Figura 13.2 – O Instituto dos Jovens Cegos de Paris, em sua imagem atual

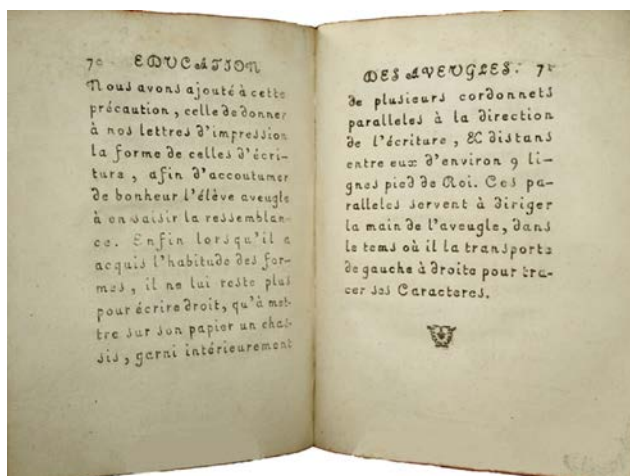


Fonte: Acervo do autor.

Descrição da figura 13.2: Fotografia do Prédio do Instituto dos Jovens Cegos de Paris com a estátua de Valentin Haüy e aos seus pés um mendigo. Fim da descrição.

O primeiro método que se tem notícia de ter alcançado considerável aceitação, foi o método de Valentin Haüy, que se utilizava da deformação do papel umedecido que, pressionado contra um modelo, exibiria um relevo perceptível ao tato (Figura 14.3). Ele também foi o fundador do Instituto Real dos Jovens Cegos, em Paris, onde realizava inúmeras ações visando à inserção dos cegos na sociedade, e disponibilizava considerável montante de material de leitura para cegos.

Figura 13.3 – Livro tátil impresso sobre papel umedecido, para a escola de Valentin Haüy



Fonte: Acervo do autor.

Descrição da figura 13.3: Livro tátil impresso sobre papel umedecido Fim da descrição.

A evolução da escrita pontográfica

Foi nesta instituição que um menino cego, chamado Louis Braille (1809–1852), foi matriculado após ganhar uma bolsa de estudos graças a sua iminente inteligência e facilidade no aprendizado. Lá, Braille teve contato com o material de Haüy e, após utilizá-lo, concluiu que o método era difícil e lento.

Louis Braille seria considerado hoje um aluno com altas habilidades, pois dominava todas as matérias ensinadas. Aos 14 anos, ainda estudante, foi nomeado professor do Instituto, onde lecionou várias matérias como álgebra, gramática e geografia. Aproveitando as aulas gratuitas que os professores do Conservatório de Paris vinham dar no Instituto, estudou piano, órgão e violoncelo, e se tornou um músico prestigiado, garantindo seu ganha-pão como organista na Igreja de Notre Dame des Champs.

Uma das outras técnicas preexistentes com que o jovem Braille teve contato no Instituto dos Jovens Cegos, foi a chamada sonografia, um método criado por Charles Barbier (1767–1841), oficial do exército francês. Tratava-se de uma técnica de leitura em alto-relevo destinada não

diretamente aos cegos, mas sim aos soldados em campos de batalha. O objetivo da técnica de Barbier era que as tropas francesas pudessem se comunicar à noite, sem revelar suas posições ao inimigo, uma vez que, em se tratando de leitura tátil, dispensava-se a iluminação, recebendo a alcunha de “leitura noturna”.

Figura 13.4 – Método de escrita de Charles Barbier, que inspirou Louis Braille

a	i	o	u	é	è
an	in	on	un	eu	ou
b	d	g	j	v	z
p	t	q	ch	f	s
l	m	n	r	gn	ll
oi	oin	ian	ien	ion	ieui

Fonte: Wikimedia Commons: Alfabeto Charles Barbier.png.

Descrição da figura 13.4: Uma tabela mostrando as combinações de 2x6 pontos que representavam as sílabas na codificação de Charles Barbier em francês. Fim da descrição.

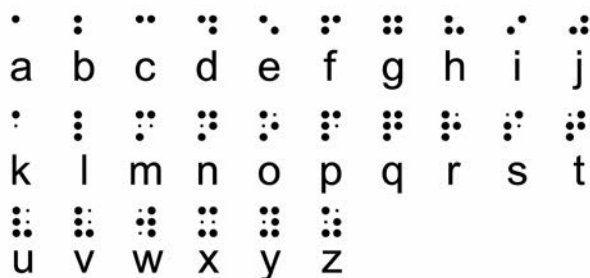
Apesar de conceitualmente interessante, esta técnica tinha uma grande complexidade e desconforto tanto na escrita quanto na leitura pelos soldados nas trincheiras, e mostrou-se na prática, um método rejeitado pelo exército. Após o fracasso tático do seu sistema, Barbier pensou que esta metodologia poderia ser útil como forma de escrita para pessoas cegas. Tratou então de divulgá-la na Escola dos Jovens Cegos de Paris, onde apresentou seu método.

A adaptação da escrita de Barbier por Louis Braille

O aluno Louis Braille, então um adolescente, percebeu o alcance deste método, mas também suas falhas estruturais, que o tornavam um método de difícil produção e utilização. Essa codificação, porém, se tornou uma base para seus estudos de muitos anos na busca de uma maneira efetivamente eficaz tanto na leitura quanto na escrita.

Braille começou adaptando a sonografia de Barbier, simplificando-a de um sistema com doze pontos que representavam os principais fonemas da língua francesa para um sistema com apenas seis pontos que formavam sessenta e três símbolos diferentes mais o espaço. Cada letra da língua francesa seria representada por um conjunto de 3 linhas e 2 colunas de pontos, como mostrado na próxima figura (os pontinhos minúsculos da figura não existem em braille, são apenas marquinhas introduzidas neste texto para referência visual).

Figura 13.5 – Alfabeto Braille básico de seis pontos



Fonte: Imagem gerada pelo autor.

Descrição da figura 13.5: Alfabeto em braille com letras minúsculas de a a z. A imagem mostra três linhas de letras minúsculas do alfabeto latino, cada uma acompanhada do respectivo caractere em braille logo acima. Da esquerda para a direita: Primeira linha: a b c d e f g h i j. Segunda linha: k l m n o p q r s t. Terceira linha: u v w x y z. Fim da descrição.

Observação: A letra *w* não fazia parte do alfabeto braille original, pois não existia no alfabeto francês. Foi introduzida posteriormente, por ser muito comum entre as línguas ocidentais.

Uma curiosidade: Braille tentou por algumas vezes mostrar seu método a Barbier que, entretanto, recusou-se a valorizá-lo. Mesmo assim, no texto original em que Louis Braille publicou seu método, consta uma homenagem a Barbier, como sendo o autor da ideia da escrita tátil com pontos.

A consolidação do método braille

Ao longo de sua curta vida, Braille foi evoluindo o método e introduzindo códigos que permitiam criar textos literários, códigos matemáticos e códigos musicais. Apesar dos avanços do método, ele só foi disseminado amplamente após sua morte.

Após a criação do Sistema Braille, houve algumas outras tentativas de se fazer um código de leitura satisfatório para os deficientes visuais. Acrescente-se a isso grande resistência de alguns países à regulamentação do Sistema Braille, talvez por motivo de que cada um estava dando sua própria solução para as questões de acessibilidade.

Contudo, em 1878, num congresso realizado em Paris, o Sistema Braille foi finalmente aceito como sistema oficial de leitura e escrita dos deficientes visuais. Ainda assim, devido à diversidade nos idiomas, alguns países modificaram a codificação original para que se pudesse adequar o Braille a cada realidade linguística.

No Brasil, por exemplo, foram definidos códigos para os acentos e símbolos especiais, através de uma “Comissão Brasileira de Braille”. Este é o órgão oficial que garante que o Braille usado no país seja o mesmo, e contribui para sua evolução ao longo do tempo.

Figura 13.6 – O código braille usado no Brasil, com acentuações e símbolos especiais

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
⠁	⠃	⠉	⠑	⠅	⠋	⠗	⠓	⠏	⠊
k	l	m	n	o	p	q	r	s	t
⠅	⠇	⠍	⠎	⠕	⠏	⠑	⠓	⠚	⠞
u	v	x	y	z	ç	é	á	è	ú
⠥	⠦	⠭	⠮	⠵	⠴	⠃	⠁	⠨	⠬
â	ê	î	ô	û	à	ï	ü	ö	w
⠁	⠃	⠉	⠑	⠅	⠋	⠗	⠓	⠏	⠊
í	ó	ã	.	-	#	{			
⠏	⠓	⠛	⠚	⠭	⠴	⠠			
,	;	:	ˆ	?	!	=	"	*	}
⠂	⠔	⠶	⠴	⠏	⠗	⠶	⠶	⠶	⠶
\$	¬	^	~	˘					
⠵	⠴	⠠	⠤	⠸					

Fonte: Cópia de tela da função alfabeto braille do programa Brailendo.

Descrição da figura 13.6: Tabela de caracteres em tinta com seus equivalentes em braille. Linha 1, letras a até j: a – ponto 1; b – pontos 1 2; c – pontos 1 4; d – pontos 1 4 5; e – pontos 1 5; f – pontos 1 2 4; g – pontos 1 2 4 5; h – pontos 1 2 5; i – pontos 2 4; j – pontos 2 4 5. Linha 2, letras k até t: k – pontos 1 3; l – pontos 1 2 3; m – pontos 1 3 4; n – pontos 1 3 4 5; o – pontos 1 3 5; p – pontos 1 2 3 4; q – pontos 1 2 3 4 5; r – pontos 1 2 3 5; s – pontos 2 3 4; t – pontos 2 3 4 5. Linha 3, letras u até ú: u – pontos 1 3 6; v – pontos 1 2 3 6; x – pontos 1 3 4 6; y – pontos 1 3 4 5 6; z – pontos 1 3 5 6; ç – pontos 2 3 4 6; é – pontos 2 3 4 5 6; á – pontos 1 2 3 4 6; ê – pontos 1 2 3 5 6; ú – pontos 2 3 4 6. Linha 4, letras acentuadas â até w: â – pontos 1 6; ê – pontos 1 2 6; î – pontos 2 4 6; ô – pontos 1 4 6; û – pontos 1 4 5 6; à – pontos 1 2 5 6; ï – pontos 2 4 5 6; ö – pontos 2 3 5 6; w – pontos 2 4 5 6. Linha 5, letras e sinais í até { : í – pontos 3 4; ó – pontos 3 4 5; ã – pontos 3 4 5 6; hífen (-) – pontos 3 6; cerquilha (#) – pontos 3 4 5 6; abre chave { – pontos 2 4 6; Linha 6, sinais ; até } : ponto e vírgula (;) – ponto 2; vírgula (,) – ponto 2 3; ponto e vírgula alternativo – pontos 2 3; ˆ – pontos 2 3 4 5; ponto de interrogação (?) – pontos 2 3 6; ponto de exclamação (!) – pontos 2 3 5; igual (=) – pontos 2 3 5 6; aspas duplas (") – pontos 2 3 6; asterisco (*) – pontos 3 5; fecha chave } – pontos 2 3 5 6. Linha 7, sinais \$ até ˘: cifrão (\$) – pontos 4 5 6; traço curto semelhante a ¬ – pontos 4 5; acento circunflexo (^) – ponto 4; til (~) – pontos 4 6; ˘ – pontos 4 5 6 ? completa com ponto 3 na parte de baixo. Fim da descrição.

Quer saber mais sobre Louis Braille e seu método?

<https://www.aclouisbraille.org.br/quem-foi-louis-braille>

Equipamentos para escrita e impressão

Mostraremos aqui os principais equipamentos que são utilizados para produção de textos em Braille. São eles:

Figura 13.7 – Tipos de equipamento comuns para geração de braille



Regletes (e punções)

Máquinas de escrever em Braille

Impressoras Braille

Linhas Braille

Fonte: Acervo do autor.

Descrição da figura 13.7: Conjunto de quatro imagens em coluna. Na parte de cima, vários cadernos ou pastas plásticas coloridas, com capas em cores fortes como roxo, azul, verde, amarelo e rosa, dispostas lado a lado sobre uma superfície clara. Na parte de cima desses materiais, há pequenos objetos coloridos, possivelmente cliques ou prendedores. Abaixo aparece uma máquina de escrever braille de cor azul-esverdeada, vista pela frente, com as teclas e a barra onde entra o papel. Na terceira posição há uma impressora de mesa preta com uma folha branca saindo da parte frontal. Na parte de baixo, um dispositivo de leitura ou escrita em braille, em tom azul, com uma mão apoiada sobre os pontos em relevo. Fim da descrição.

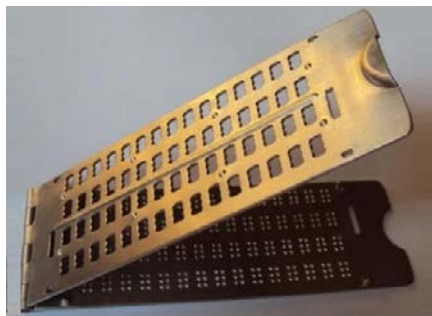
1 - Reglete e punção

A reglete e o punção foram ferramentas desenvolvidas e utilizadas por Louis Braille na sua escrita tátil. São muito simples de usar e fáceis de produzir.

A **reglete** corresponde a uma régua dupla, que abre e fecha com apoio de dobradiças no canto esquerdo, e em cuja abertura se posiciona uma folha de papel, com uma gramatura equivalente ou superior a 120g, que é fixado entre a régua superior e a inferior. O papel mais grosso serve para

que os pontos criados pelo punção se deformem pouco quando o dedo for passado sobre eles no processo de leitura.

Figura 13.8 – Reglete pequena



Fonte: Acervo do autor.

Descrição da figura 13.8: Reglete pequena: Dispositivo metálico dobrável em formato de “V”, parecido com uma pequena rampa perfurada. É composto por duas placas retangulares unidas por uma dobradiça em uma das extremidades. A placa superior é de metal claro e tem várias aberturas retangulares alinhadas em fileiras, lembrando uma grelha ou grade. Perto da borda direita dessa placa há uma leve saliência arredondada, como um apoio para o dedo. A placa inferior é mais escura, também retangular, com muitas perfurações menores, distribuídas em linhas regulares. Na extremidade livre da placa inferior há um recorte curvo, parecido com uma pequena “alça” vazada. O objeto está parcialmente aberto, apoiado sobre uma superfície lisa clara. Fim da descrição.

Na régua superior, encontramos retângulos vazados, cada um compreendendo 6 pontos, na disposição de uma “cela” Braille e na régua inferior, podemos encontrar várias “celas” Braille todas em baixo relevo. É comum que uma reglete tenha 4 ou mais linhas de retângulos vazados, e 15 ou mais células (ou celas, como comumente são chamadas).

O **punção**, instrumento furador com uma base de apoio e uma ponteira metálica, será colocado dentro de cada janela da reglete. Na janela, ele é pressionado criando os pontos, um a um, que representarão as letras, números e símbolos do sistema Braille. Por este motivo, denominamos esta forma de escrita como “escrita mecânica”.

Figura 13.9 – Prancheta, reglete e punção para escrita braille



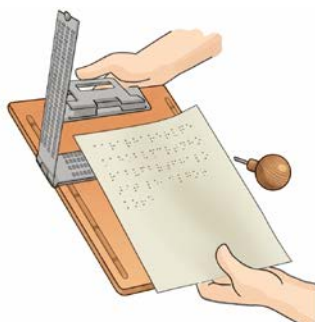
Fonte: Gerado por Gemini.

Descrição da figura 13.9: Prancheta retangular com prendedor de papel na parte superior, reglete metálica no meio e punção ao lado. O texto na imagem identifica as partes assim: Prendedor de papel; Punção; Prancheta; Reglete. Fim da descrição.

Existem diferentes tipos de regletes e punções, variando desde modelos menores (reglete de bolso) até os maiores, esses últimos geralmente vêm acompanhados de uma prancheta de madeira para fixar e apoiar melhor o papel. As regletes são geralmente feitas de alumínio ou plástico, com diferentes números de linhas e celas.

Por questões de praticidade de uso, é comum que a reglete seja acoplada a uma prancheta adaptada com um prendedor de papel e com pequenos furos laterais para reposicionamento vertical.

Figura 13.10 – Utilizando a reglete com uma prancheta



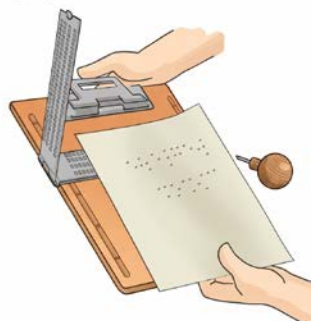
1- Coloque o papel na reglete (Gramatura 120g)



2- Feche a reglete prendendo o papel a ela.



3- Com o punção pressione o papel.



4- Abra a reglete, solte o papel da prancheta e vire-o para ler.

Fonte: Apostila do curso de braille a distância do NCE/UFRJ.

Descrição da figura 13.10: Uma prancheta de madeira com reglete e punção para escrita em braille. Na parte de cima, à esquerda, ilustração mostrando uma mão posicionando uma folha de papel clara sobre a reglete, que está presa à prancheta. Ao lado, um punção com cabo redondo. Abaixo da imagem, está escrito: "1- Coloque o papel na reglete (Gramatura 120g)". Na parte de cima à direita, outra ilustração mostra as duas mãos fechando a reglete, prendendo o papel. O punção está ao lado. O texto embaixo diz: "2- Feche a reglete prendendo o papel a ela". Na parte de baixo à esquerda, ilustração mostrando uma mão segurando o punção e pressionando o papel sobre a reglete, enquanto a outra mão mantém a prancheta estável. Embaixo está escrito: "3- Com o punção pressione o papel". Na parte de baixo, à direita, ilustração mostrando uma mão levantando a parte metálica da reglete, outra mão puxando o papel já com vários pontos em relevo distribuídos. O punção está ao lado. O texto embaixo diz: "4- Abra a reglete, solte o papel da prancheta e vire-o para ler". Fim da descrição.

A figura anterior mostra a técnica usual de escrita e leitura. Para preencher o papel com várias linhas de células braille, será necessário reposicionar a reglete sobre o papel. Para garantir a homogeneidade da escrita

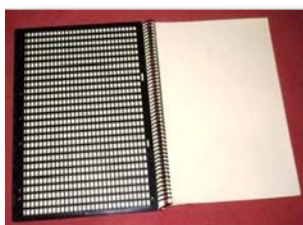
é usual que a reglete seja colocada na prancheta, podendo ser movida e fixada durante a escrita de vários conjuntos de 4 linhas.

Importante: Na reglete convencional, a escrita é feita da **direita para a esquerda**, sendo que o relevo será encontrado ao retirar e virar a folha. Desta forma, quando apertamos o punção na frente da folha, o relevo será formado na face de trás. Ao retirá-la, a leitura se processa da **esquerda para a direita**.

Tipos variantes de regletes

A figura abaixo mostra uma reglete de mesa, usada para criação de textos maiores em Braille.

Figura 13.11 – Reglete de mesa



Fonte: Acervo do autor.

Descrição da figura 13.11: Caderno espiral aberto com uma reglete de tamanho grande de um lado e uma folha branca do outro. O fundo branco aparece através dos furos retangulares, criando um padrão regular de quadradinhos. No centro há uma espiral metálica que prende as folhas. À direita da espiral há uma folha grande totalmente em branco, sem linhas nem texto visível. Fim da descrição.

A próxima figura mostra uma reglete destinada a pessoas com menor experiência, em que a escrita e a leitura são feitas ambas da esquerda para a direita. A reglete positiva, como é chamada, ao invés de produzir pontos embaixo do papel, produz em cima, evitando assim que seja necessário virar o papel para ler. Apesar dessa aparente vantagem, a qualidade dos pontos gerados é inferior.

Figura 13.12 – Reglete Positiva



Fonte: Gerada por Gemini.

Descrição da figura 13.12: Imagem de uma reglete positiva para escrita em braille, com ilustrações coloridas da reglete, do punção e do papel, além de etapas de uso. No centro-esquerda, há uma reglete inclinada: a parte de cima é uma placa retangular de metal, com várias janelas retangulares organizadas em linhas, representando as células de braille. Abaixo dela aparece uma placa azul, que é a base da reglete, com pequenos relevos onde os pontos de braille vão se formar no papel. À esquerda, há o desenho de uma pequena placa metálica isolada com um recorte em forma de célula de braille e o texto "Célula com borda inclinada que facilita o uso." Logo abaixo, aparece uma vista lateral da reglete azul com triângulos dourados em cima, e uma seta mostrando a posição do papel passando entre as duas partes. Na mesma área está escrito "Papel" e "Relevo" apontando para os pontos levantados, além da palavra "Reglete" junto à base. No centro, há dois desenhos ampliados do punção. O punção é um cabo arredondado de madeira com uma haste metálica fina na parte de baixo. Em um dos desenhos, está escrito "Punção" próximo ao cabo. No detalhe da ponta, aparece o texto "Ponta côncava". À direita, há três quadros verticais numerados, explicando o passo a passo. Quadro 1, no topo: contém o número "1" em um círculo metálico e a palavra "Punção". O desenho mostra um corte lateral da reglete azul com o papel apoiado. Acima, a ponta do punção se posiciona sobre o orifício da reglete, mas sem pressionar. Quadro 2, no meio: contém o número "2" em um círculo metálico e o texto "Punção pressionando o papel". A ilustração mostra a mesma vista lateral da reglete, agora com o punção inclinando-se e pressionando o papel para baixo por um dos orifícios, sugerindo o momento em que o ponto de braille é marcado. Quadro 3, embaixo: contém o número "3" em um círculo metálico e o texto "Ponto do braille sobre o papel". A imagem mostra a vista lateral do papel com dois pequenos relevos arredondados em sequência, representando os pontos em alto-relevo do braille já formado. No canto superior esquerdo está escrito "REGLETE POSITIVA" como título da imagem. Fim da descrição.

2 – Máquinas de escrever em braille

Figura 13.13 –Alguns tipos de máquinas de escrever em Braille



Máquina Braille tradicional

Máquina Braille com retorno sonoro

Máquina Braille com retorno sonoro e visual

Fonte: Gerada por Gemini.

Descrição da figura 13.13: Três equipamentos de tecnologia assistiva para escrita e leitura em braille. Na parte superior está uma máquina de escrever em braille mecânica de cor azul, com teclas grandes na frente e alavanca metálica comprida na parte de cima. No centro há um dispositivo eletrônico retangular branco escrito "*Braille 'n' Speak*" na parte superior. Ele tem seis teclas pretas em linha, parecidas com as teclas de um teclado braille, e alguns botões menores à direita. Na parte inferior há outro equipamento em braille, de cor rosa e cinza, com várias teclas brancas na frente. Na parte de cima existe uma pequena área de exibição com pontos em relevo para braille e alguns botões de controle ao lado. Fim da descrição.

Nestas máquinas a digitação é feita com 6 teclas pressionadas simultaneamente para marcar no papel cada um dos 6 pontos braille. A qualidade do braille gerado é bastante alta e a rapidez da geração muitas vezes maior do que na escrita manual.

A figura abaixo mostra as partes mais importantes destas máquinas.

Figura 13.14 – Detalhes das partes de uma máquina de escrever braille



Fonte: Gerada por Gemini.

Descrição da figura 13.14: Duas máquinas de escrever em Braille vermelhas, mostradas em ângulos diferentes. Na máquina da esquerda, aparecem: Guia frontal de margem, na parte superior frontal; Alça fácil de segurar, na parte lateral inferior frontal; Conjunto de teclas brancas na frente. Na máquina da direita, aparecem: Botão de apagamento fácil, na parte superior direita; Puxadores de alimentação do papel, na região central superior traseira; Apoio para leitura, uma aba aberta na parte frontal inferior. Fim da descrição.

Veja mais detalhes em

<https://www.youtube.com/watch?v=zUnqOHCaHXE>

3 - Impressoras braille

Uma impressora braille é um equipamento capaz de ser controlado por um computador para produzir pontos no papel. Em geral, estes pontos são pré-posicionados para o tamanho de caracteres braille, mas há também impressoras em que é possível produzir pontos muito menores, o que permite que elas sejam também capazes de produzir gráficos táteis de qualidade mediana.

Figura 13.15 – Impressora braille

Fonte: Foto de equipamento do NCE/UFRJ.

Descrição da figura 13.15: Impressora Braille Index Basic. Aparelho eletrônico retangular com corpo principal preto e laterais brancas, parecido com uma laminadora ou ampliador de impressão em relevo. Na parte de cima há uma faixa elevada com várias superfícies em relevo, botões e teclas; perto de uma das extremidades há um pequeno retângulo com uma etiqueta verde e branca. A superfície superior preta tem linhas horizontais em relevo, como ranhuras. Na frente existe um rolo cilíndrico preto, ocupando quase toda a largura do aparelho, com aspecto de onde algo é inserido ou sai. Em uma das laterais brancas há um pequeno conjunto de furos circulares formando algo semelhante a uma grade ou saída de som. O *design* geral é arredondado nas bordas, com aparência moderna e compacta, e o aparelho está apoiado em uma superfície lisa clara. Fim da descrição.

Nota: As impressoras braille são equipamentos bastante caros, sendo seu preço direcionado para a qualidade e rapidez da impressão. Um equipamento para uso em escolas, por exemplo, não sai por menos de 30.000 reais.

Há diversos programas capazes de controlar estes equipamentos, sendo que no Brasil e em Portugal são mais utilizados o **Braille Fácil** e o **Braivox** (ambos programas gratuitos, gerados na Universidade Federal do Rio de Janeiro). No mercado mundial o programa comercial mais utilizado é o **Duxbury**.

Veja detalhes sobre uma impressora braille em:

<https://www.youtube.com/watch?v=vCEGCGcvanw>

4 – Linhas braille

A Linha Braille ou Display Braille é um *hardware* que pode ser ligado a uma porta de saída de um computador (geralmente USB), que exibe dinamicamente em braille a informação da tela. Por intermédio de um sistema eletromecânico, conjuntos de pontos são levantados e abaixados, conseguindo-se assim uma linha de texto em braille.

Figura 13.16 – Linha braille



Fonte: Foto de equipamento em teste no NCE/UFRJ.

Descrição da figura 13.16: Um display Braille eletrônico retangular, de mesa, em cor predominantemente branca com detalhes cinza. Na parte central há uma longa faixa escura com várias células Braille em linha, formando a linha de leitura tátil. Acima dessa faixa existem oito teclas grandes e retangulares, em cinza claro, que lembram as teclas de um teclado Perkins, usadas para digitação em Braille. Entre essas teclas, mais ao centro, há uma pequena grade circular perfurada, provavelmente a saída de som de um alto-falante interno. Abaixo da faixa de células Braille, ao centro, há duas teclas maiores e juntas, também cinza, que parecem ser teclas de navegação. Nos cantos esquerdo e direito da superfície frontal há pequenos botões redondos em cinza claro. Na borda frontal, voltada para quem usa, aparecem mais alguns botões alongados, também em cinza, sugerindo teclas adicionais de navegação ou função. Fim da descrição.

Este tipo de dispositivo dá às pessoas com deficiência visual a oportunidade de usar o braille de forma dinâmica, ou seja, produzido em tempo real a partir de um computador. Em outras palavras, o que aparece na tela do computador, e que normalmente é lido para um cego através de um sintetizador de voz, passa a poder ser mostrado diretamente em braille, imediatamente!

Há muitos modelos deste tipo de dispositivo:

- a) Algumas linhas braille podem também armazenar em uma memória interna textos que podem ser lidos com o equipamento desacoplado do computador.

- b) Algumas linhas braille têm botões similares aos da máquina de escrever braille, permitindo assim que sejam usadas também para entrar informações no computador, de forma complementar ao teclado usual.
- c) Algumas linhas braille têm um alto-falante embutido, de forma que podem também sintetizar em voz o que está sendo exibido em pontos.
- d) Existem linhas braille que vêm embutidas em computadores de mão especiais (PDA) e celulares.

Nos países mais desenvolvidos, crianças cegas tem acesso a linhas braille a partir da Educação Infantil, o que permite que desenvolvam a leitura em braille com um nível infinitamente superior ao que é obtido com papel.

Entretanto, é bom lembrar que uma linha braille tem um preço muito alto, ainda mais alto do que uma impressora braille, o que torna seu uso muito elitizado em países como o Brasil.

Aprendendo a ler braille (com os olhos) em poucos

1 - Entendendo a codificação tátil inventada por Louis Braille para as letras

Louis Braille usou um conjunto de regras muito bem definido para a formação da codificação braille.

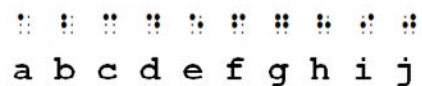
1.1 - Regra 1:

Braille usou os **4 pontos superiores** da célula para representar as **letras de a até j**, eliminando algumas combinações que seriam difíceis de identificar, sendo cego.

Por exemplo, ele usou apenas o ponto 1 para representar a letra a, mas deixou de lado a possibilidade de usar só o ponto 2 ou só o 4 ou só o 5, pois o leitor se confundiria.

Veja as escolhas de Braille:

Figura 13.17 – Alfabeto braille de a até j



Fonte: Acervo do autor.

Descrição da figura 13.17: Alfabeto em braille com letras minúsculas de a a j. A imagem mostra uma linha de letras minúsculas do alfabeto latino, cada uma acompanhada do respectivo caractere em braille logo acima. Da esquerda para a direita: a b c d e f g h i j. Fim da descrição.

Os pontos escolhidos para as letras de a até j foram:

a → Ponto 1	f → Pontos 1 2 4
b → Pontos 1 2	g → Pontos 1 2 4 5
c → Pontos 1 4	h → Pontos 1 2 4
d → Pontos 1 4 5	i → Pontos 2 4
e → Pontos 1 5	j → Pontos 2 4 5

Vamos decorar, agora é com você!

1. Pegue um papel e escreva em braille as três vogais “a”, “e” e “i” várias vezes, até ter segurança.
2. Depois escreva em braille pelo menos 20 palavras de até cinco letras, limitando-se a usar palavras contendo letras de a até j.
3. Anote o que você escreveu, em letras comuns.

Obs.: Atenção alunos cegos: podem usar o computador ou o celular, registrando os números dos pontos braille, como mostrado no exemplo a seguir.

Exemplos de palavras que você pode montar (você não é obrigado a copiar a lista de pontos que está à direita, exceto se for cego e estiver usando um computador).

Figura 13.18 – Exemplos de palavras em lista

	fada	Pontos 1 2 4; 1; 1 4 5; 1
	dada	Pontos 1 4 5; 1; 1 4 5; 1
	cada	Pontos 1 4; 1; 1 4 5; 1
	acaba	Pontos 1; 1 4; 1; 1 2; 1
	jaca	Pontos 2 4 5; 1; 1 4; 1
	chaga	Pontos 1 4; 1 2 5; 1; 1 2 4 5; 1

Fonte: Acervo do autor.

Descrição da figura 13.18: Lista de palavras com representação em braille, em alfabeto latino e a indicação dos pontos correspondentes em braille. À esquerda, há uma coluna com seis palavras escritas em braille. À direita, estão as respectivas palavras, escritas em letras minúsculas, em alfabeto latino, seguidas da indicação dos pontos correspondentes: fada: pontos 1 2 4; 1; 1 4 5; 1. dada: pontos 1 4 5; 1; 1 4 5; 1. cada: pontos 1 4; 1; 1 4 5; 1. acaba: pontos 1; 1 4; 1; 1 2; 1. jaca: pontos 2 4 5; 1; 1 4; 1. chaga: pontos 1 4; 1 2 5; 1; 1 2 4 5; 1. Fim da descrição.

Para fazer melhor este exercício, disponibilizamos para você uma folhinha de treinamento de braille pronta para imprimir. Esta folhinha é muito prática: você escreve em braille na esquerda, e anota na direita o que escreveu.

Faça *download* em:

http://intervox.nce.ufrj.br/~antonio2/brailendo/folhinha_braille.pdf

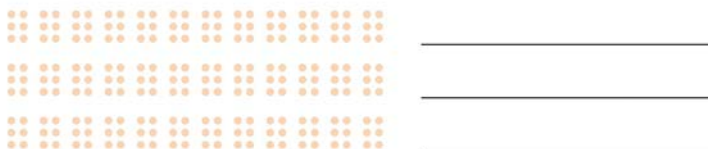
e repita o exercício na folhinha, com palavras maiores, de até 8 letras, e com várias letras diferentes nas palavras.

Figura 13.19 –Topo da folhinha de treinamento de braile

TECNOASSIST - Folhinha de treinamento de Braille

Transcreva a palavra em Braille à esquerda e traduza para tinta à direita.

Use lápis e borracha para poder apagar quando errar.



Fonte: Cópia de listagem editada pelo autor

Descrição da figura 13.19: Folhinha de treinamento de Braille da TECNOASSIST. Texto impresso: “TECNOASSIST – Folhinha de treinamento de Braille. Transcreva a palavra em Braille à esquerda e traduza para tinta à direita. Use lápis e borracha para poder apagar quando errar.” À esquerda aparecem várias células de pontos em Braille, em linhas, formando palavras ou grupos de letras. À direita de cada linha com células Braille há uma linha horizontal em branco para escrever a tradução em tinta. Fim da descrição.

1.2 - Regra 2:

Todas as letras até agora não usaram a linha inferior (ou seja, os pontos 3 e 6). Então Braille usou a mesma sequência de pontos agregado a um pontinho para as próximas 10 letras.

Figura 13.20 – Alfabeto braille de k até t



Fonte: Acervo do autor.

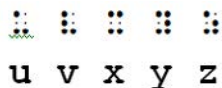
Descrição da figura 13.20: Alfabeto em braille com letras minúsculas de k a t. A imagem mostra uma linha de letras minúsculas do alfabeto latino, cada uma acompanhada do respectivo caractere em braille logo acima. Da esquerda para a direita: k l m n o p q r s t. Fim da descrição.

Os pontos escolhidos foram, portanto:

k → Ponto 1 3	p → Pontos 1 2 3 4
l → Pontos 1 2 3	q → Pontos 1 2 3 4 5
m → Pontos 1 3 4	r → Pontos 1 2 3 5
n → Pontos 1 3 4 5	s → Pontos 2 3 4
o → Pontos 1 3 5	t → Pontos 2 3 4 5

Em seguida Braille usou os dois pontinhos de baixo para criar as letras restantes.

Figura 13.21 – Alfabeto braille – letras u, v, x, y, z



Fonte: Acervo do autor.

Descrição da figura 13.21: Alfabeto em braille com as letras minúsculas u, v, x, y, z. A imagem mostra uma linha de letras minúsculas do alfabeto latino, cada uma acompanhada do respectivo caractere em braille logo acima. Da esquerda para a direita: u, v, x, y, z. Fim da descrição.

Os pontos escolhidos foram, portanto:

u → Ponto 1 3 6	y → Pontos 1 3 4 5 6
v → Pontos 1 2 3 6	z → Pontos 1 3 5 6
x → Pontos 1 3 4 6	

Sentiu falta do W? Braille não usou esta letra, porque naquela época ela não existia em francês. Essa letra depois foi agregada, usando a seguinte codificação:

Figura 13.22 – Alfabeto braille – letra w



Fonte: Acervo do autor.

Descrição da figura 13.22: À esquerda, letra w em braille. À direita, "w → Pontos 2 4 5 6". Fim da descrição.

Assista agora a um filme para fixar estas ideias:

Praticando o Sistema Braille (Vogais e Consoantes)

<https://youtu.be/O7LTi17dCsO>

Braille se aprende treinando. E, para praticar mais um pouco, pegue a folhinha braille e escreva o nome de todas as pessoas de sua família e de seus amigos. Escreva 3 vezes o nome da pessoa que você mais amou na vida. Não utilize a acentuação, por enquanto.

Duas dicas:

1. Espaços em braille são dados deixando uma célula em branco.
2. Se desejar colocar algum nome em maiúscula, basta preceder este nome pelo caractere . (pontos 4 6).

Foi difícil de decorar? Claro que não! Exige um pouco de paciência, mas com certeza em menos de 2 horas você saberá TUDINHO de cor!

Se você tem crianças em casa, ou se tem alunos próximos a você, ensine a eles e sintam-se humilhados porque em menos de 15 minutos já aprenderam tudo muito melhor que você!

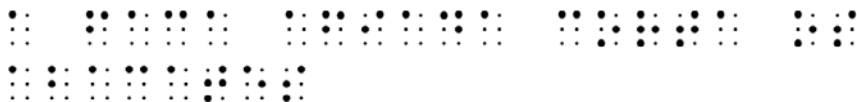
Nota: Defendemos fortemente que o ensino do alfabeto braille seja obrigatório para todas as crianças. Afinal, é um código matematicamente muito bem bolado e ensina inúmeros exercícios mentais para as crianças, além, obviamente, de ser um instrumento de integração social!

4 - Exercício de leitura

Você escreveu, será que consegue ler? Claro que sim!

O que está escrito na linha a seguir?

Figura 13.23 – Exercício de leitura em braille



Fonte: Acervo do autor.

Descrição da figura 13.23: Frase escrita em braille para exercício de leitura. Os pontos apresentados são: 1; espaço; 1 2 4; 1; 1 4; 1; espaço; 1; 1 2 4; 2 4; 1; 1 4 5; 1; espaço; 1 4; 1 3 5; 1 2 3 5; 2 3 4 5; 1; espaço; 1 3 5; 2 3 4; espaço; 1; 1 2; 1; 1 4; 1; 2 3 4 5; 1 5; 2 3 4. Fim da descrição.

1	
espaço	
1 2 4	
1	
1 4	
1	
espaço	
1	
1 2 4	
2 4	
1	
1 4 5	
1	
espaço	
1 4	
1 3 5	
1 2 3 5	
2 3 4 5	
1	
espaço	
1 3 5	
2 3 4	
espaço	
1	
1 2	
1	
1 4	
1	
2 3 4 5	
1 5	
2 3 4	

Dica: copie cada palavra desta frase para a folhinha braille e depois, cuidadosamente, vá traduzindo...

Gabarito? Descubra no programa Brailendo!

5 - Maiúsculas

Basta usar os pontos 4 6 antes da palavra, por exemplo:

Figura 13.24 – Palavra Abade em braille



Fonte: Acervo do autor.

Descrição da figura 13.24: Palavra Abade escrita em braille com o A inicial maiúsculo. Pontos: 4 6; 1; 1 2; 1; 1 4 5; 1 5. Fim da descrição.

para representar a palavra Abade.

Pontos: 4 6; 1; 1 2; 1; 1 4 5; 1 5.

Duas vezes este símbolo indica uma palavra em caixa alta:

Figura 13.25 – Palavra ABADE em braille



Fonte: Acervo do autor.

Descrição da figura 13.25: Palavra ABADE escrita em braille com todas as letras maiúsculas. Pontos: 4 6; 4 6; 1; 1 2; 1; 1 4 5; 1 5. Fim da descrição.

para representar a palavra ABADE.

Pontos: 4 6; 4 6; 1; 1 2; 1; 1 4 5; 1 5.

6. Números

Preceda o número pelo símbolo de numeral # (Pontos 3 4 5 6). Depois, escreva os dígitos como se fossem letras, assim:

Figura 13.26 – Números em braille

1 se escreve como #a, ou seja		# ponto 1
2 se escreve como #b, ou seja		# pontos 1 2
3 se escreve como #c, ou seja		# pontos 1 4
4 se escreve como #d, ou seja		# pontos 1 4 5
5 se escreve como #e, ou seja		# pontos 1 5
6 se escreve como #f, ou seja		# pontos 1 2 4
7 se escreve como #g, ou seja		# pontos 1 2 4 5
8 se escreve como #h, ou seja		# pontos 1 2 5
9 se escreve como #i, ou seja		# pontos 2 4
0 se escreve como #j, ou seja		# pontos 2 4 5
Ponto decimal		# ponto 3
Vírgula decimal		# ponto 2

Fonte: Acervo do autor.

Descrição da figura 13.26: Tabela de números com seus equivalentes em braille. Linha 1: 1 se escreve como #a, ou seja # ponto 1. Linha 2: 2 se escreve como #a, ou seja # pontos 1 2. Linha 3: 3 se escreve como #a, ou seja # pontos 1 4. Linha 4: 4 se escreve como #a, ou seja # pontos 1 4 5. Linha 5: 5 se escreve como #a, ou seja # pontos 1 5. Linha 6: 6 se escreve como #a, ou seja # pontos 1 2 4. Linha 7: 7 se escreve como #a, ou seja # pontos 1 2 4 5. Linha 8: 8 se escreve como #a, ou seja # pontos 1 2 5. Linha 9: 9 se escreve como #a, ou seja # pontos 2 4. Linha 10: 0 se escreve como #a, ou seja # pontos 2 4 5. Linha 11: Ponto decimal # pontos 1 2. Linha 12: Vírgula decimal # ponto 3 2. Linha 13: # ponto 2. Fim da descrição.

Por exemplo, o número 125 se escreve

Figura 13.27 – Número 125 em braille



Fonte: Acervo do autor.

Descrição da figura 13.27: Número 125 escrito em braille. Pontos 3 4 5 6; 1; 1 2; 1 5. Fim da descrição.

ou seja, algo como #abe: Pontos 3 4 5 6; 1; 1 2; 1 5

Por exemplo, o número 125.234,00 se escreve

Figura 13.28 – Número 125.234,00 em braille



Fonte: Acervo do autor.

Descrição da figura 13.28: Número 125.234,00 escrito em braille. Pontos 3 4 5 6; 1; 1 2; 1 5; 3; 1 2; 1 4; 1 4 5; 2; 2 4 5; 2 4 5. Fim da descrição.

Pontos 3 4 5 6; 1; 1 2; 1 5; 3; 1 2; 1 4; 1 4 5; 2; 2 4 5; 2 4 5.

Exercícios

1. Qual foi a principal contribuição de Louis Braille para a criação do sistema que leva seu nome?
 - A) Ele inventou o método de leitura noturna para soldados franceses usando 12 pontos.
 - B) Ele adaptou a sonografia de Charles Barbier, simplificando de 12 para 6 pontos, criando um sistema com 63 símbolos mais o espaço.
 - C) Ele foi o primeiro a fundar uma escola para cegos em Paris, utilizando papel umedecido para impressão tátil.
 - D) Ele criou o primeiro alfabeto tátil usando ripas de madeira e pregos.

2. No sistema Braille básico de 6 pontos, qual foi a justificativa de Louis Braille para usar apenas os 4 pontos superiores nas letras de "a" até "j"?

- A) Porque ele precisava economizar espaço no papel.
- B) Porque ele eliminou algumas combinações que seriam difíceis de identificar pelo tato, sendo ele próprio cego.
- C) Porque os pontos inferiores eram reservados exclusivamente para números.
- D) Porque o alfabeto francês da época não possuía consoantes.

3. O capítulo menciona diferentes equipamentos para produção de textos em Braille. Qual deles é descrito como um *hardware* conectado ao computador (geralmente via USB) que exibe dinamicamente em braille a informação da tela, levantando e abaixando conjuntos de pontos?

- A) Reglete e punção
- B) Máquina de escrever Braille tradicional
- C) Impressora Braille
- D) Linha Braille (*Display Braille*)

4. Segundo o capítulo, qual é um dos problemas mais graves que afetam pessoas que usam o Braille em matemática?

- A) A célula Braille de 6 pontos não permite representar números decimais.
- B) Não existe uniformidade nos códigos de matemática em Braille entre diferentes países (por exemplo, Brasil e Estados Unidos usam codificações diferentes para números).
- C) O Braille matemático não pode ser produzido em impressoras convencionais.
- D) Louis Braille não criou símbolos para operações matemáticas básicas.

Gabarito: 1 – B; 2 – B; 3 – D; 4 – B

Apêndice 1

Matemáticos cegos famosos

Nosso intuito agora é desmistificar que pessoas cegas não conseguirão dominar a matemática, dela extraindo até seu sustento na vida. A História revela que, ao longo do tempo, existiram e ainda existem muitos grandes matemáticos cegos em nosso mundo. É surpreendente que muitos deles se dedicaram à geometria, que é uma disciplina que, em princípio, exige que a pessoa enxergue! Supondo que isso seja verdade, sendo dependente da percepção visual das formas no mundo físico, como podemos explicar os notáveis trabalhos de pesquisa conduzidos atualmente por matemáticos que são cegos?

Falaremos sobre alguns deles, explorando alguns aspectos que nos ajudam a responder a essa pergunta. O primeiro deles é um dos pais do Cálculo Diferencial, e a ele dedicaremos o maior espaço deste texto, por demonstrar que são infinitos os limites para uma pessoa cega, com apoio, educação, tecnologia e boas relações humanas.

1 - Nicholas Saunderson

Ainda bebê, o inglês Nicholas Saunderson (1682–1739) pegou varíola, doença que na época costumava ser fatal. Sobreviveu, mas perdeu a visão para sempre.

Isso não o impediu de adquirir uma boa educação, algo completamente incomum para um cego naquela época. Sua inteligência era invulgar, e existe uma lenda que se tenha alfabetizado lendo inscrições talhadas nos túmulos com os dedos. Sua educação inicial foi numa escola gratuita onde

aprendeu francês, latim e grego. Aprendeu matemática com o pai, que era fiscal de impostos, e desenvolveu o talento de realizar mentalmente cálculos matemáticos longos e intrincados. Aos 12 anos um tutor lhe ensinou álgebra e geometria, e aos 14, frequentou a Academia Attercliffe onde aprendeu lógica e metafísica. Aos 15 anos, foi apresentado à Universidade de Cambridge por meio de reuniões com a pequena nobreza local, que já o reconhecia como alguém muito genial.

Mesmo sem ver, foi autorizado a frequentar a biblioteca, onde alguns amigos liam para ele. Saunderson, pouco a pouco, foi adquirindo grande conhecimento teórico. Acabou por ser autorizado a dar palestras e alguns anos depois chegou a ocupar uma importante cátedra na Universidade.

Casou-se e, com a ajuda de seus filhos, deixou registrados alguns textos, como o livro publicado após sua morte, intitulado *Método das Fluxões Aplicado a um Número Seleccionado de Problemas Úteis*, considerado a primeira exposição sistemática do cálculo diferencial. Ele não escrevia artigos e livros, mas a transcrição de suas palestras e tratados, feitas por seus filhos, circulavam e eram reconhecidas entre os indivíduos notáveis da época, e acabaram por tornar-se a base para diversos pilares da matemática.

Por mais que Saunderson fosse capaz de realizar grandes cálculos mentais, e ditar para alguns amigos e auxiliares as suas ideias, isso não seria suficiente para desenvolver trabalhos de tamanha complexidade. Na verdade, Saunderson teve ajuda de uma Tecnologia Assistiva que ele mesmo inventou: um “dispositivo de calcular” criado com uma tábua com alfinetes pregados, que era capaz de registrar números e efetuar cálculos com eles, além de produzir, com a união desses alfinetes por fios de seda, uma série de desenhos simples que serviram para demonstrações de matemática e geometria.

Parte da história de Saunderson se tornou conhecida quando um filósofo famoso, Diderot, numa obra denominada “Carta sobre os Cegos para o Uso dos que veem” (original: *Lettre sur les Aveugles à l’Usage de Ceux qui Voyent*), em que discutia como o homem pode adquirir conhecimento não apenas por meio da percepção, mas também por meio da razão. Saunderson

son surge como personagem, representando alguém em quem os sentidos são substituídos pelo gênio lógico, na busca por entender a divindade.

Muito à frente de seu tempo, Diderot, no século XVIII, já reconhecia que era possível o sucesso de um cego, uma vez que fosse educado convenientemente, e instrumentado por “tecnologia adequada”.

Por último, Saunderson não era apenas um excelente matemático. Seus sentidos de audição e tato eram aguçados e ele era também um bom flautista.

2 - Leonhard Euler

Um dos matemáticos mais produtivos da história foi o suíço Leonhard Euler, que viveu no século XVIII. Nos últimos dezessete anos de sua vida, Euler enfrentou a completa perda de sua visão.

Surpreendentemente, mesmo nesse período de total deficiência visual, ele conseguiu produzir metade de seus oitocentos e cinquenta artigos. Euler contou com o apoio de seus dois filhos e de membros da Academia de São Petersburgo para ajudá-lo na tarefa de escrever seus manuscritos.

Ao nos referirmos a Leonhard Euler estamos falando do escritor de matemática mais produtivo de todos os tempos. Para se ter uma ideia, a Academia de Ciências de São Petersburgo continuou a publicar trabalhos inéditos de Euler até 50 anos depois da sua morte.

Entre suas contribuições mais conhecidas na matemática moderna estão a introdução da função gama, a relação entre o cálculo diferencial de Leibniz e o método das fluxões de Newton e a resolução de equações diferenciais com a utilização do fator integrante.

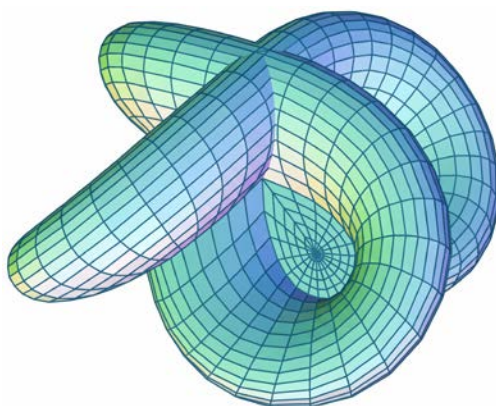
Euler foi o primeiro a tratar seno e cosseno como funções. Devemos a ele as notações para uma função, para a base do logaritmo natural, para a raiz quadrada de -1 , para a somatória, para derivadas de graus elevados, entre muitas outras.

3 - Bernard Morin

Bernard Morin é mundialmente conhecido por um trabalho no qual mostra como virar uma esfera do avesso sem cortá-la. Em seu apartamento há modelos em argila que reproduzem em três dimensões as diferentes etapas dessa inversão da esfera.

Ele mesmo esculpiu esses modelos nas décadas de 1960 e 1970, para facilitar a visualização de suas ideias para outras pessoas. Morin é cego.

Figura A1.1 – Superfície de Morin (Wikipédia)



Fonte: Wikipédia: MorinSurfaceCrossView.PNG.

Descrição da figura A1.1: Superfície de Morin. Superfície geométrica tridimensional colorida em forma de estrutura entrelaçada. A imagem mostra uma malha (grid) de linhas curvas formando um objeto liso que parece um tubo grosso retorcido sobre si mesmo, criando um laço fechado parecido com um nó. A superfície é dividida por linhas que formam pequenos quadriláteros, como uma rede de coordenadas, destacando a curvatura em todas as direções. As cores variam em degradê, indo de tons claros de amarelo e verde até azul e roxo mais escuros, o que ajuda a sugerir profundidade e relevo. No centro da estrutura há uma região mais afunilada, como um funil ou espiral que se estreita até um ponto. O fundo é simples e claro, sem outros elementos visíveis, destacando apenas essa forma matemática 3D. Fim da descrição.

4 - Lawrence W. Baggett

Lawrence W. Baggett, matemático cego que é professor na Universidade do Colorado, quando questionado sobre como consegue lidar mental-

mente com complicadas fórmulas matemáticas, modestamente responde: “Bem, é difícil para qualquer um”.

Nota: *Há muitos outros, e seria impossível enumerá-los. O fato é que mesmo uma deficiência severa como a cegueira não é um impedimento definitivo para que um indivíduo alcance resultados intelectuais notáveis.*

Apêndice 2

Escrita matemática avançada usando o AsciiMath para o nível médio e superior

A escrita matemática organizada desempenha um papel essencial no desenvolvimento do pensamento lógico, na clareza da comunicação e no aprofundamento do entendimento matemático. À medida que os estudantes avançam em direção a tópicos mais complexos, a capacidade de expressar suas ideias, de maneira clara e precisa, se torna crucial.

No Ensino Médio e no Ensino Superior, a escrita matemática envolve a utilização de notações específicas e símbolos matemáticos apropriados para representar conceitos, cálculos e raciocínios. Essa prática ajuda os alunos a comunicarem suas soluções de forma eficaz, tornando seus argumentos matemáticos mais compreensíveis para os outros, não apenas demonstrando cálculos, mas também explicando o porquê de cada passo e a relevância de seus resultados.

Enfim, iremos abordar nesta atividade a escrita matemática usando o AsciiMath em tópicos do Ensino Médio e antecipando alguns exemplos de tópicos do Ensino Superior.

1 - Teoria dos Conjuntos

A Teoria dos Conjuntos é um pilar da matemática que se concentra no estudo de conjuntos, elementos de conjuntos e as suas mais variadas relações. Ela é uma ferramenta essencial em muitas áreas da matemática e da lógica, fornecendo uma estrutura formal para organizar e relacionar elementos em diferentes contextos matemáticos e científicos.

Símbolos básicos

$a \in V$ (a “pertence” ao conjunto V)	$a \in V$ (a “pertence” ao conjunto V)
$b \notin V$ (b “não pertence” ao conjunto V)	$b \notin V$ (b “não pertence” ao conjunto V)
$A \subset B$ (A “está contido” em B)	$A \subset B$ (A “está contido” em B)
$B \supset A$ (B “contém” A)	$B \supset A$ (B “contém” A)
$A \cup B$ (A “união” B)	$A \cup B$ (A “união” B)
$A \cap B$ (A “interseção” B)	$A \cap B$ (A “interseção” B)
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$	$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

Expressão mais complexa:

Figura A2.1 – Visualização das expressões da Teoria dos Conjuntos

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C)$$

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Fonte: Elaborada pelo autor.

2 – Trigonometria

A Trigonometria é um ramo da matemática que se concentra no estudo das relações entre os ângulos e os lados dos triângulos, bem como no ciclo trigonométrico, que descreve a repetição periódica dessas relações.

Vejamos alguns exemplos:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\tan \alpha = (\sin \alpha) / (\cos \alpha)$$

$$\cot \alpha = 1 / (\tan \alpha) = \cos \alpha / (\sin \alpha)$$

$$\sec \alpha = 1 / (\cos \alpha)$$

$$\csc \alpha = 1 / (\sin \alpha)$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \csc^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = (\tan \alpha + \tan \beta) / (1 - \tan \alpha \tan \beta)$$

Figura A2.3 - Resultado da representação trigonométrica

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \tan \alpha &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \\ \cot \alpha &= \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \\ \sec \alpha &= \frac{1}{\cos \alpha} \\ \csc \alpha &= \frac{1}{\sin \alpha} \\ 1 + \tan^2 \alpha &= \sec^2 \alpha \\ 1 + \cot^2 \alpha &= \csc^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \tan(\alpha + \beta) &= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \end{aligned}$$

Fonte: Elaborada pelo autor.

3 - Intervalos Numéricos

Intervalos numéricos são conjuntos de números reais que incluem todos os valores dentro de um certo intervalo. Eles podem ser abertos (não incluem os extremos), fechados (incluem os extremos) ou semiabertos (incluem um extremo e não o outro).

$$\{x \in \mathbb{R} | a \leq x \leq b\} = [a, b] \rightarrow \text{intervalo fechado}$$

$$\{x \in \mathbb{R} | a < x \leq b\} =]a, b] \text{ ou } (a, b] \rightarrow \text{intervalo semiaberto}$$

$$\{x \in \mathbb{R} | a < x < b\} =]a, b[\text{ ou } (a, b) \rightarrow \text{intervalo aberto}$$

$\{x \in \mathbb{R} | x \geq a\} = [a, +\infty)$ ou $\{x \in \mathbb{R} | x < b\} = (-\infty, b)$ intervalos com extremos ao infinito

Figura A2.2 – Resultado da representação de intervalos numéricos no AsciiMath

$\{x \in \mathbb{R} a \leq x \leq b\} = [a, b]$	→ intervalo fechado
$\{x \in \mathbb{R} a < x \leq b\} =]a, b]$	→ intervalo semiaberto
$\{x \in \mathbb{R} a < x < b\} =]a, b[$	→ intervalo aberto
$\{x \in \mathbb{R} x \geq a\} = [a, +\infty)$	→ intervalo com extremo ao infinito

Fonte: Elaborada pelo autor.

4 - Matrizes e Determinantes

Matrizes e Determinantes são conceitos essenciais da álgebra linear. As Matrizes são tabelas retangulares de números que representam sistemas de equações, transformações lineares ou dados tabulares. Já os Determinantes são valores numéricos associados a matrizes que fornecem informações sobre propriedades geométricas ou de invertibilidade. Observe, a seguir, como podemos representá-las usando o AsciiMath.

$A_{(2 \times 2)} = [[a_{11}, a_{12}], [a_{21}, a_{22}]]$	$A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$
$B_{(3 \times 3)} = [[a, b, c], [d, e, f], [g, h, i]]$	$B_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$
$\det(A) = [a, b], [c, d] $	$\det(A) = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

5 - Binômio de Newton e Somatórios

O Binômio de Newton, nomeado em homenagem a Sir Isaac Newton, é um conceito matemático que descreve a expansão de expressões da forma,

onde “a” e “b” são números reais (ou complexos) e “n” é um número inteiro não negativo. Essa expansão resulta em uma soma de termos, cada um representando uma combinação de “a” e “b” elevados a diferentes potências.

Número Binomial $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$	$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
Binômio de Newton $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$	$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$

Observe que utilizamos “índice inferior ()” para representar a parte abaixo do somatório e “índice superior ou expoente ()” para representar a parte acima.

6 – Limites e integrais

$\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^N \rightarrow \text{limite}$	$\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^N \rightarrow \text{limite}$
$\int_0^{+\infty} f(x) dx \rightarrow \text{integral}$	$\int_0^{+\infty} f(x) dx \rightarrow \text{integral}$

Mais uma vez, sugiro que você faça os devidos testes acessando o site <http://intervox.nce.ufrj.br/digimat>

Bons estudos!

Copyright © 2026 Encontrografia Editora.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução parcial ou total desta obra sem a expressa autorização da editora.

Ensinar matemática a estudantes com deficiência visual vai muito além da disposição generosa do professor: requer uma compreensão profunda das dificuldades historicamente impostas a esses aprendizes no acesso à linguagem simbólica da ciência. Esta obra oferece um percurso integrado que articula os fundamentos do aprendizado matemático, recursos didáticos concretos, instrumentos adaptados — como o ábaco, o soroban, o geoplano e o multiplano — e ferramentas computacionais de última geração.

São abordados, com rigor e clareza, os mecanismos de leitura e escrita da linguagem matemática, com destaque para o uso do sistema DOSVOX e de sistemas leitores de tela, da notação AsciiMath e do sistema de leitura matemática SonoraMat, além de uma introdução consistente ao Braille e ao uso pedagógico de planilhas eletrônicas. Mais do que um catálogo de recursos, este livro é um convite à mudança de perspectiva: tornar a matemática acessível significa criar condições para que cada estudante — em sua singularidade — possa aprender, registrar, comunicar e desenvolver seu raciocínio com plena autonomia e reconhecimento de sua capacidade intelectual.



CEFOPEE

CENTRO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE
EDUCAÇÃO ESPECIAL NO ESTADO DO RIO DE JANEIRO



UFRJ

UNIVERSIDADE FEDERAL
DO RIO DE JANEIRO

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO



encontrografia

encontrografia.com
www.facebook.com/Encontrografia-Editora
www.instagram.com/encontrografiaeditora
www.twitter.com/encontrografia